

Positions- und Orientierungsschätzung von LIDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen

Thorsten Strübing und Ingo Neumann

Zusammenfassung

Die Nutzung von Multisensorplattformen spielt in der Geodäsie, insbesondere der Ingenieurgeodäsie, eine sehr wichtige Rolle. Zumeist werden solche Multisensorplattformen zur schnellen und detaillierten Erfassung und Kontrolle der Umgebung eingesetzt. Beispiele hierfür sind das Mobile Mapping mit Anwendungen im Bereich der Gebäude-, Straßen- und Gleisvermessung. Aufgrund der komplexen Aufgabe werden für diese Anwendungen (kinematische) Multisensorsysteme eingesetzt, die zum einen aus Sensoren für die Navigation und zum anderen aus Sensoren für die optische 3D-Erfassung der Umgebung bestehen. Um die Navigationslösung mit der Umgebungserfassung zu kombinieren, ist die relative Position und Orientierung aller Sensoren im lokalen System der Multisensorplattform hochgenau zu ermitteln. Im Rahmen dieses Beitrages wird eine neue Möglichkeit für die Bestimmung der 6 DOF-Anordnung (drei Translationen und drei Rotationen) von optischen Sensoren für die Umgebungserfassung vorgestellt. Die Ansätze sind allg. für LIDAR-Sensoren anwendbar und ermöglichen auch eine 6 DOF-Bestimmung bei Profillaserscannern. Unter Nutzung von Referenzgeometrien werden die 6 DOF dabei innerhalb eines Ausgleichsmodells inkl. zugeordneter Genauigkeitsinformationen geschätzt. Insbesondere bei nicht physikalisch vorhandenen oder nicht messtechnisch erfassbaren Nullpunkten der Sensoren sowie bei Profillaserscannern ist der vorgestellte Ansatz von Vorteil.

Summary

The use of multi-sensor platforms plays a key role in Geodesy, especially in Engineering Geodesy. These multi-sensor platforms are mainly used for the mapping and monitoring of the environment. Examples are mobile mapping systems with applications in building, street and track surveying. Due to the complexity of these tasks, usually (kinematic) multi-sensor systems are used. The multi-sensor system usually consists of two sensor types, one responsible for the navigation solution, the other one for the optical 3D mapping of the environment. In order to combine the navigation solution with the mapping component, the relative position and orientation of each sensor in the coordinate system of the multi-sensor platform has to be exactly known. Within this contribution, a new possibility for the determination of the 6 DOF (3 translations and 3 rotations) of the optical sensors which are responsible for the mapping of the environment is introduced. The presented approach is generally applicable and allows the 6 DOF determination of profile laserscanners. The 6 DOF are estimated within an adjustment model by utilizing known reference geometries. This also allows to determine accuracy informa-

tion for the estimated 6 DOF. The new approach is especially of interest in case of not physically available and measurable origin points of the sensors and in the case of profile laser-scanners.

Schlüsselwörter: Kalibrierung, Multisensorplattform, Mobile Mapping, (kinematisches) Laserscanning, 6 DOF-Kalibrierung

1 Einleitung

Zur Erfassung der dreidimensionalen, realen Umgebung nutzen Mobile Mapping Systeme (MMS) überwiegend (Video-)Kameras und Laserscanner als Aufnahmesensoren. Dabei erfolgt die Aufnahme der einzelnen Sensoren oftmals nur im zweidimensionalen Raum. Erst durch mehrere Profillaserscanner (PLS) auf einer gemeinsamen Multisensorplattform oder durch die Bewegung der MMS wird ein 3D-Bezug der Messdaten hergestellt. Zur Herstellung des räumlichen Bezugs sämtlicher erfassten Messwerte sind die (relativen) Orientierungen und Positionen der Aufnahme- und Navigationssensoren im Koordinatensystem der Multisensorplattform festzulegen. Letztere stellen den räumlichen Bezug der Multisensorplattform zu einem zumeist dreidimensionalen, übergeordneten Koordinatensystem her, beispielsweise durch Messung bekannter Festpunkte. Als mögliche Sensoren kommen hierfür insbesondere Tachymeter, GNSS (Global Navigation Satellite System) oder IMUs (Inertial Measurement Unit) zum Einsatz (Vennegeerts 2011).

Der Begriff Mobile Mapping gilt sowohl für statische als auch kinematische Systeme. Beide Systeme erfüllen ihre Messaufgabe durch Positionswechsel, die Multisensorplattform des statischen Systems bleibt während der stationierten Messvorgänge jedoch unbewegt. Bei kinematischen Systemen muss bei der Zuordnung der einzelnen Sensordaten noch die zeitliche Komponente berücksichtigt werden. Dies betrifft sowohl die Relativbewegung der Multisensorplattform gegenüber der zu erfassenden Außenwelt, als auch Zeitverzögerungen beim Auslesen und Verarbeiten der verschiedenen Sensorsignale. Diese Verzögerungen können über prädierte Zustände mit Hilfe der Kalman-Filterung überwunden werden, um die synchrone Zuordnung sämtlicher Sensoren zu modellieren. Entsprechende Beispiele für eine praktische Umsetzung sind in Gräfe (2007) und Hesse (2008) beschrieben.

Mit Hilfe des eingebundenen Navigationssensors wird der dreidimensionale Bezug zum übergeordneten Koor-

dinatensystem hergestellt. Daher ist es erforderlich, auch z. B. PLS dreidimensional im Multisensorsystem (MSS) zu koordinieren. Die Nutzung des Navigationssensors zur Bestimmung des Bezugs zum übergeordneten Koordinatensystem wird als direkte Georeferenzierung (vgl. u. a. Grejner-Brezeczinska 2001) bezeichnet. Insbesondere wird dabei auf die Georeferenzierung mit DGPS (Differential Global Positioning System) und IMU eingegangen. Werden weitere Informationen beispielsweise bei digitalen Bildern aus einer Bündelblockausgleichung mit in die Georeferenzierung einbezogen, so spricht man von der integrierten Sensor Georeferenzierung (vgl. u. a. Ip et al. 2007). Im Rahmen dieses Beitrags soll der Bezug zu einem übergeordneten Koordinatensystem nicht durch die Sensorik des MSS, sondern durch einen externen Sensor mit übergeordneter Genauigkeit bereitgestellt werden.

Das Ziel der Kalibrierung eines MMS ist die Erzeugung eines homogenen Koordinatensystems (lokales Koordinatensystem des MSS), in dem die relative Orientierung und Positionierung sämtlicher Sensoren bekannt ist. Die entsprechende 6 DOF-Kalibrierung der Sensoren besteht aus drei Translationen (Position) und drei Rotationen (Orientierung). Instrumentelle Kalibrierparameter, wie die Nullpunktkorrektur der Streckenmessung können ebenfalls geschätzt werden. Die Kalibrierung von MSS kann sowohl für statische als auch für kinematische Systeme durchgeführt werden. In beiden Fällen reicht in der Regel eine statische Kalibrierung in mehreren Positionen und Orientierungen relativ zu den örtlich fixierten Referenzgeometrien zur oben beschriebenen 6 DOF Bestimmung aus.

Gräfe (2007) unterteilt die Kalibrierung von Aufnahmesensoren in zwei Schritte, die prinzipiell mit der Bestimmung der inneren und äußeren Orientierung einer photogrammetrischen Aufnahme vergleichbar sind. Analog zur inneren Orientierung müssen die Eigenschaften des Aufnahmesensors bekannt sein. So sind beispielsweise bei einem PLS die Messgrößen Strecke, Winkel und Remission abhängig vom Material der Zielfläche und vom Auftreffwinkel des Messsignals. Die Hersteller minimieren diese Einflüsse im Regelfall durch sensorinterne Korrekturen. Sollten jedoch signifikante, systematische Messabweichungen verbleiben, müssen diese durch geeignete Messanordnungen im Labor bestimmt und entsprechend korrigiert werden. Kalibrierungsvorgänge dieser Art werden in der Regel im Vorfeld bei allen verwendeten Sensoren durchgeführt und sollen im Folgenden nicht näher betrachtet werden.

Stattdessen sei in diesem Zusammenhang die äußere Orientierung des Aufnahmesensors, also die Bestimmung der 6 DOF-Kalibrierparameter von zentraler Bedeutung, mit der die Orientierung und Positionierung des Sensors im Koordinatensystem des MSS definiert wird. Die konkrete Umsetzung eines entsprechenden Kalibrierungsansatzes für einen PLS ist beispielsweise in Gräfe (2007) beschrieben. Beim mobilen Straßenerfassungssystem »MoSES« basiert das Kalibrierungsverfahren auf der

Verknüpfung der Messebene des PLS mit speziellen Referenzflächen (Abb. 1). Rietdorf (2005) beschreibt einen analogen Ansatz für einen dreidimensionalen Aufnahmesensor. Hier wird die Kalibrierung des polaren Messsystems »PoMeS« über photogrammetrisch definierte Referenzebenen durchgeführt, die in einem Testraum mit unterschiedlichen Ausrichtungen gleichmäßig um den Scannerstandpunkt herum positioniert wurden. Auch der



Abb. 1: Beispielhafter Messaufbau bei der Kalibrierung von Profillaserscannern

in diesem Beitrag geschilderte Kalibrierungsansatz beruht auf der Bereitstellung von Referenzgeometrien.

Über die reine Positions- und Orientierungsschätzung hinaus hat die Fusion von Kamera- und LIDAR-Messungen eine große Bedeutung, wie in Baltzakis et al. (2003) anschaulich aufgezeigt wird. Die dafür relevanten Arbeiten können in 2D- und 3D-basierte Ansätze unterschieden werden. Dabei bezieht sich die Dimension auf die Geometrien, mit denen in den Publikationen gearbeitet wird, um die relative Anordnung zwischen Kamera und Laserscanner zu bestimmen. Einer der ersten bekannten Ansätze zur Bestimmung der relativen Anordnung von Kameras und LIDAR-Sensoren wird in Wasielewski und Strauss (1995) vorgestellt. Die grundlegende Idee basiert darauf, dass die Schnittkanten zweier Ebenen an verschiedenen Positionen durch die PLS extrahiert werden und diese dann mit der Kamera aufgenommen werden. Die Koordinaten der extrahierten Schnittkante werden in das Bild der Kamera abgebildet und mit den aufgenommenen Bildpunkten verglichen. In einem Ausgleichungsansatz werden die Abstände zwischen den abgebildeten Koordinaten in der Bildebene und den aufgenommenen Bildpunkten unter Bestimmung der Kalibrierparameter minimiert. In den Arbeiten von Bauermann (2005), Li et al. (2007 und 2009) sowie Meng et al. (2010) wird diese Grundidee aufgegriffen und in ähnlicher Weise umgesetzt, wobei insbesondere Abwandlungen für eine bessere Effizienz sorgen sollen. Die Nutzung von Objektoberflächen erfolgt nur indirekt, da auf Basis der extrahierten Linien gearbeitet wird.

Beim Übergang auf die Nutzung von 3D-Informationen von Referenzgeometrien wird in Mirzaei et al. (2012)

die grundsätzliche Lösbarkeit und Verwendung von Ebenen für die Bestimmung der relativen Anordnung von Laserscannern und Kameras vorgestellt. Eine Verallgemeinerung des Ansatzes auf andere Flächen wird jedoch nicht behandelt. Eine weitere relevante Quelle in diesem Kontext ist die Arbeit von Pandey et al. (2012), die einen guten Überblick über die zielpunktlose relative Orientierung von Laserscannern und Kameras gibt.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass keine der Arbeiten einen allgemeinen Ansatz auf Basis einer Abstandsfunktion verfolgt. Insbesondere ist den Autoren keine Möglichkeit bekannt, in der beliebige Oberflächen für die Georeferenzierung bzw. relative Anordnung von Laserscannern im Rahmen der Kalibrierung verwendet werden können.

In der Vergangenheit war die Bereitstellung von Referenzgeometrien meist sehr zeitaufwändig und kostenintensiv. Dies betrifft in erster Linie nicht die mechanische Fertigung, sondern vielmehr die Herstellung des räumlichen Bezugs zwischen Multisensorplattform und Referenzgeometrie. Dieser Vorgang erfordert zwangsläufig eine deutlich höhere Genauigkeit als die aus dem Multisensorsystem abgeleiteten Genauigkeitsanforderungen der Zielgrößen. Um Referenzgeometrien mit hoher Genauigkeit bestimmen zu können, müssen entsprechend genaue Messsysteme eingesetzt werden. Diese waren im Regelfall entweder kostenintensiv (z.B. Lasertracker) oder zeitintensiv in Signalisierung und Nachbearbeitung (z.B. Photogrammetrie). Jüngste Entwicklungen wirken diesen Nachteilen jedoch entgegen. So gibt es bereits heute Lasertrackersysteme, die preislich fast mit einem Tachymeter höchster Genauigkeitsklasse konkurrieren können.

2 6 DOF-Kalibrierung – Zielgrößen

Unter einer 6 DOF-Kalibrierung wird in diesem Beitrag die Anordnung von Sensoren in einem lokalen Koordinatensystem mit sechs Freiheitsgraden verstanden. Die zu bestimmenden Parameter sind die drei Translationen $\mathbf{t}_{S-MSS} = [t_{x,S-MSS} \quad t_{y,S-MSS} \quad t_{z,S-MSS}]^T$ und die drei Rotationen $\boldsymbol{\omega}_{S-MSS} = [\omega_{S-MSS} \quad \varphi_{S-MSS} \quad \kappa_{S-MSS}]^T$ des Sensors (S) im lokalen Koordinatensystem des MSS. Die Transformationsvorschrift der im Koordinatensystem des Sensors gemessenen Koordinaten $\mathbf{x}_s = [x_s \quad y_s \quad z_s]^T$ in das MSS soll dabei wie folgt definiert werden:

$$\mathbf{x}_{MSS} = \mathbf{t}_{S-MSS} + \mathbf{R}(\omega_{S-MSS}, \varphi_{S-MSS}, \kappa_{S-MSS}) \mathbf{x}_s$$

$$\begin{bmatrix} x_{MSS} \\ y_{MSS} \\ z_{MSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{x,S-MSS} \\ t_{y,S-MSS} \\ t_{z,S-MSS} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\omega_{S-MSS}) \mathbf{R}_y(\varphi_{S-MSS}) \mathbf{R}_z(\kappa_{S-MSS}) \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Die Drehungen um die Koordinatenachsen werden in der Reihenfolge Z-, Y- und X-Achse eingeführt und die Rotationsmatrizen ergeben sich somit wie folgt:

$$\mathbf{R}_x(\omega_{S-MSS}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_{S-MSS}) & \sin(\omega_{S-MSS}) \\ 0 & -\sin(\omega_{S-MSS}) & \cos(\omega_{S-MSS}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\varphi_{S-MSS}) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{S-MSS}) & 0 & -\sin(\varphi_{S-MSS}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\varphi_{S-MSS}) & 0 & \cos(\varphi_{S-MSS}) \end{bmatrix} \text{ und}$$

$$\mathbf{R}_z(\kappa_{S-MSS}) = \begin{bmatrix} \cos(\kappa_{S-MSS}) & \sin(\kappa_{S-MSS}) & 0 \\ -\sin(\kappa_{S-MSS}) & \cos(\kappa_{S-MSS}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Die Koordinaten \mathbf{x}_s stellen die beobachteten Objektkoordinaten im Sensorkoordinatensystem dar. Diese sollen mit Hilfe der zu bestimmenden 6 DOF in das Koordinatensystem des MSS überführt werden.

Die Bestimmung der 6 DOF ist in der Regel schwierig, da der Nullpunkt und die Rotation optischer Sensoren nicht direkt messbar bzw. signalisierbar sind. Beispielsweise ist der Nullpunkt eines Laserscanners bestenfalls bei lotrechter Aufstellung und bekannter Kippachshöhe direkt abzuleiten. Bei geneigtem Scanner oder nicht lotbezogenem MSS-Koordinatensystem ist eine direkte Bestimmung der Parameter nicht oder nur schwer möglich. Handelt es sich um einen 3D-Laserscanner, ist die hier geschilderte Aufgabe identisch mit der Registrierung bzw. Georeferenzierung im Koordinatensystem des MSS. Zahlreiche Ansätze sind in diesem Zusammenhang bekannt (z.B. Dold 2010, Rietdorf 2005, Neitzel et al. 2010, Gielsdorf et al. 2008) und sollen nicht weiter im Detail behandelt werden.

Die reine Verwendung von Passpunkten vernachlässigt jedoch zum einen die flächenhaft zur Verfügung stehenden Informationen von LIDAR-Sensoren (3D-Laserscannern), zum anderen werden bei Straßen- und schieneengebundenen Mobile Mapping Systemen zumeist LIDAR-Sensoren im Profilmodus betrieben und eine Beobachtung von 3D-Passpunkten ist nicht direkt möglich. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein allgemeiner Ansatz für die Kalibrierung von MSS vorgestellt, der diese Defizite beseitigt.

3 Allgemeines Modell für die 6 DOF-Kalibrierung von LIDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen

Die generelle Vorgehensweise zur Umsetzung der 6 DOF-Bestimmung kann in drei wesentliche Teilschritte untergliedert werden:

- 1) Bestimmung der Anordnung und Koordinierung der Referenzgeometrie.
- 2) Aufnahme der Referenzgeometrie mit den optischen (LIDAR) Sensoren.
 - a) Herstellen des Bezuges zwischen MSS und Referenzgeometrie.
 - b) Ableitung von Näherungswerten für die LIDAR-Sensoren.
- 3) Anwendung des im Beitrag vorgestellten Auswertansatzes zur Bestimmung der 6 DOF.

Die Schritte 1) bis 2) variieren je nach Art der Aufgabenstellung und der verwendeten Sensorik. Der gewählte Auswertansatz hingegen ist allgemeingültig anwendbar. Im Folgenden sollen die einzelnen Teilschritte näher erläutert werden. Zur Verdeutlichung der Schritte 1) und 2) wird in Abschnitt 5 ein Beispiel vorgestellt.

3.1 Bestimmung der Anordnung und Koordinierung der Referenzgeometrie

Bei der Bestimmung der Referenzgeometrie können sowohl mathematisch definierte Körper diskret aufgenommen werden, als auch beliebige (nicht mathematisch definierte) Geometrien flächenhaft erfasst werden. Die einzelnen $i = 1 \dots k$ Referenzgeometrien werden mit RFG_i bezeichnet. Die Geometrie wird entweder über Flächenparameter $\mathbf{a}_{\text{RFG}_i}$ oder anhand einer Menge diskreter Punkte beschrieben. Das Koordinatensystem, in dem die Flächenparameter oder diskreten Punkte angegeben werden, kann zunächst frei aber einheitlich für alle RFG_i gewählt werden.

Je nach Anzahl der zu bestimmenden Parameter und Montage der LIDAR-Sensoren im MSS sind die Referenzgeometrien so anzuordnen, dass sowohl eine ausreichende Sichtbarkeit als auch eine optimale Schätzung der zu bestimmenden Translations- und Rotationsparameter der Sensoren gegeben sein muss (vgl. auch Abschnitt 5.1).

3.2 Aufnahme der Referenzgeometrien mit den LIDAR-Sensoren des MSS

Die zuvor bestimmten Referenzgeometrien werden im nächsten Schritt mit den LIDAR-Sensoren des MSS aufgenommen. Als Ergebnis erhält man j Koordinaten $\mathbf{x}_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}} = \begin{bmatrix} x_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}} & y_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}} & z_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}} \end{bmatrix}^T$ der RFG_i im jeweiligen lokalen Koordinatensystem des Sensors. Durch eine automatisierte Extraktion der zugeordneten Punkte zu den RFG_i aus den Punktwolken und einer nachfolgenden Zuordnung der Identitäten durch ein automatisches Verfahren kann der weitere Auswertprozess deutlich beschleunigt werden. Dies kann z.B. unter Nutzung der algebraischen, projektiven Geometrie (Rietdorf 2005) oder mit allgemeinen symbolischen Verfahren (Dold 2010) erfolgen. Auch in Abschnitt 5 wird eine praktische Vorgehensweise erläutert. Eine hinreichende Genauigkeit von Näherungswerten für die 6 DOF der Sensoren im MSS ist sicherzustellen, um eine ausreichend genaue Zuordnung zu gewährleisten. Im Beispiel von Abschnitt 5 sind beispielsweise bei den Translationen Näherungswerte im Bereich von ca. 10 mm ausreichend.

Der Bezug zwischen dem übergeordneten Koordinatensystem (in dem auch die Referenzgeometrien vorliegen) und dem lokalen Koordinatensystem des MSS wird durch Messung von Passpunkten an oder auf dem MSS hergestellt. Dabei ist auf eine günstige Anordnung bzw. Verteilung der Passpunkte zu achten. Die Parameter dieses Datumsüberganges sind die drei Translationen $\mathbf{t}_{\text{MSS-RFG}} = \begin{bmatrix} t_{x,\text{MSS-RFG}} & t_{y,\text{MSS-RFG}} & t_{z,\text{MSS-RFG}} \end{bmatrix}^T$ und die drei Rotationen $\boldsymbol{\omega}_{\text{MSS-RFG}} = \begin{bmatrix} \omega_{\text{MSS-RFG}} & \varphi_{\text{MSS-RFG}} & \kappa_{\text{MSS-RFG}} \end{bmatrix}^T$ des Multisensorsystems in das übergeordnete Koordinatensystem \mathbf{x}_{RFG} mit den Referenzgeometrien:

$$\text{Gl. (3)} \rightarrow \text{siehe unten.} \quad (3)$$

3.3 Aufstellen des Auswertansatzes

Die Grundidee des hier vorgestellten Ansatzes beruht auf der Restriktion, dass die Abstände d_j zwischen der Referenzgeometrie und den $j = 1 \dots m_i$ Koordinaten $\mathbf{x}_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}}$ der RFG_i im jeweiligen lokalen Koordinatensystem des Sensors Null sein müssen, wobei die 6 DOF ($\mathbf{t}_{\text{S-MSS}}$ und $\boldsymbol{\omega}_{\text{S-MSS}}$) des Sensors die (freien) Parameter in einem Ausgleichsmodell darstellen. Die Bedingung kann somit bei Vorliegen von Flächenparametern wie folgt – z.B. in

Gl. (3):

$$\mathbf{x}_{\text{RFG}} = \mathbf{t}_{\text{MSS-RFG}} + \mathbf{R}(\omega_{\text{MSS-RFG}}, \varphi_{\text{MSS-RFG}}, \kappa_{\text{MSS-RFG}}) \mathbf{x}_{\text{MSS}}$$

$$\begin{bmatrix} x_{\text{RFG}} \\ y_{\text{RFG}} \\ z_{\text{RFG}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{x,\text{MSS-RFG}} \\ t_{y,\text{MSS-RFG}} \\ t_{z,\text{MSS-RFG}} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\omega_{\text{MSS-RFG}}) \mathbf{R}_y(\varphi_{\text{MSS-RFG}}) \mathbf{R}_z(\kappa_{\text{MSS-RFG}}) \begin{bmatrix} x_{\text{MSS}} \\ y_{\text{MSS}} \\ z_{\text{MSS}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Form des funktionalen Modells im Gauß-Helmert-Modell, GHM – dargestellt werden (\sim steht für die wahren Werte):

$$d_j = 0 = f_i \left(\tilde{\mathbf{x}}_{j,S_{\text{RFG}_i}}, \tilde{\mathbf{a}}_{\text{RFG}_i}, \tilde{\mathbf{t}}_{S-\text{MSS}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{S-\text{MSS}}, \tilde{\mathbf{t}}_{\text{MSS-RFG}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{MSS-RFG}} \right) \quad (4)$$

An dieser Stelle sind bewusst keine geschätzten Größen eingeführt worden, da (4) sonst von den Eigenschaften des Schätzers sowie den stochastischen Eigenschaften der Eingangsgrößen abhängen würde. Denn während die j Koordinaten $\mathbf{x}_{j,S_{\text{RFG}_i}}$ der RFG_i auf jeden Fall Beobachtungen im Ausgleichungsmodell darstellen, muss für die bestimmten Transformationsparameter $\mathbf{t}_{\text{MSS-RFG}}$ und $\boldsymbol{\omega}_{\text{MSS-RFG}}$ sowie für die Flächenparameter $\mathbf{a}_{\text{RFG}_i}$ von Fall zu Fall entschieden werden, ob diese mit Varianz-Kovarianz-Information und somit als beobachtete Größen in das Ausgleichungsmodell eingeführt werden (vgl. Abschnitt 4). Tragen die Unsicherheiten dieser Größen signifikant zu den Unsicherheiten der Parameter der 6 DOF bei, so sind sie entsprechend als Beobachtungen mit Varianz-Kovarianz-Information in das Ausgleichungsmodell einzuführen. Es ist dabei zu beachten, dass es sich bei den hier dargestellten Eingangsgrößen (ggf. Beobachtungen) bereits um abgeleitete Größen handelt. Aus streng methodischer Sicht ist der Übergang auf die originären Beobachtungen wünschenswert. Aufgrund der Übersichtlichkeit und der numerischen Handhabbarkeit soll darauf jedoch verzichtet werden.

Die in (4) dargestellte Bedingung kann weiter präzisiert werden. Bei jedem gewählten Ansatz werden die j Koordinaten $\mathbf{x}_{j,S_{\text{RFG}_i}}$ der RFG_i zunächst in das Koordinatensystem des MSS und anschließend in das globale Koordinatensystem der RFG_i überführt. Durch Einsetzen von (1) in (3) erhält man somit:

$$\text{Gl. (5)} \rightarrow \text{siehe unten.} \quad (5)$$

Führt man jetzt die euklidische Abstandsfunktion $df_i(\mathbf{x}_{\text{RFG}_i}, \mathbf{Z}_i(\phi))$ für die Referenzfläche $\mathbf{Z}_i = \phi(\mathbf{a}_{\text{RFG}_i})$ ein,

so ist das Ausgleichungsmodell lösbar und gültig, wenn für die Abstandsfunktion $df_i(\mathbf{x}_{\text{RFG}_i}, \mathbf{Z}_i(\phi))$ folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Die Funktion existiert und ist mathematisch (geschlossen) beschreibbar.
- Die Funktion ist (stetig) differenzierbar.

Die hier genannten Bedingungen sind notwendig, um die Schätzung z.B. in einem GHM durchführen zu können. Die endgültige Festlegung der Abstandsfunktion für die jeweilige Problemstellung soll dem Leser überlassen werden. In den beiden folgenden Unterkapiteln wird ein konkretes Beispiel vorgestellt.

Im Falle des Einsatzes von lokalen Optimierungsverfahren ist bei der Schätzung der Parameter weiterhin die Konvergenz zum globalen Minimum vorauszusetzen. Dies ist jedoch keine methodische oder modelltheoretische Voraussetzung, sondern lediglich von der Wahl des Minimierers abhängig. Für die Bildung der Ableitungen zum Aufstellen des Ausgleichungsmodells (vgl. Abschnitt 4) empfiehlt sich die Verwendung des automatischen Differenzierens. Für nicht kommerzielle Zwecke sind für Matlab die Toolbox INTLAB (Rump 1999) und für C++ beispielsweise die Software »FADBAD++« (Stauning 2003) verfügbar. Weitere Informationen können unter www.autodiff.org und http://en.wikipedia.org/wiki/Automatic_differentiation gefunden werden.

Verwendung von Ebenen als Referenzgeometrien

Bei der Verwendung von Ebenen als Referenzgeometrien

$\mathbf{a}_{\text{RFG}_i} = [\mathbf{n}_{x,\text{RFG}_i} \ \mathbf{n}_{y,\text{RFG}_i} \ \mathbf{n}_{z,\text{RFG}_i}]^T$ mit dem normierten Normalenvektor $\mathbf{n}_{\text{RFG}_i} = [\mathbf{n}_{x,\text{RFG}_i} \ \mathbf{n}_{y,\text{RFG}_i} \ \mathbf{n}_{z,\text{RFG}_i}]^T$ und dem Abstand zum Ursprung $d_{\text{Ursprung,RFG}_i}$ vereinfacht sich (4) durch Einsetzen von (5) bei der Abstandsfunktion $df_i(\mathbf{x}_{\text{RFG}_i}, \mathbf{Z}_i(\phi))$ für Ebenen zu:

$$\text{Gl. (6)} \rightarrow \text{siehe unten.} \quad (6)$$

Gl. (5):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{j,\text{RFG}_i} &= \mathbf{t}_{\text{MSS-RFG}} + \mathbf{R}(\boldsymbol{\omega}_{\text{MSS-RFG}}, \varphi_{\text{MSS-RFG}}, \boldsymbol{\kappa}_{\text{MSS-RFG}}) \left(\mathbf{t}_{S-\text{MSS}} + \mathbf{R}(\boldsymbol{\omega}_{S-\text{MSS}}, \varphi_{S-\text{MSS}}, \boldsymbol{\kappa}_{S-\text{MSS}}) \mathbf{x}_{j,S_{\text{RFG}_i}} \right) \\ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{j,\text{RFG}_i} \\ \mathbf{y}_{j,\text{RFG}_i} \\ \mathbf{z}_{j,\text{RFG}_i} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{X,\text{MSS-RFG}} \\ \mathbf{t}_{Y,\text{MSS-RFG}} \\ \mathbf{t}_{Z,\text{MSS-RFG}} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\boldsymbol{\omega}_{\text{MSS-RFG}}) \mathbf{R}_y(\varphi_{\text{MSS-RFG}}) \mathbf{R}_z(\boldsymbol{\kappa}_{\text{MSS-RFG}}) \left(\begin{bmatrix} \mathbf{t}_{X,S-\text{MSS}} \\ \mathbf{t}_{Y,S-\text{MSS}} \\ \mathbf{t}_{Z,S-\text{MSS}} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\boldsymbol{\omega}_{S-\text{MSS}}) \mathbf{R}_y(\varphi_{S-\text{MSS}}) \mathbf{R}_z(\boldsymbol{\kappa}_{S-\text{MSS}}) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{j,S_{\text{RFG}_i}} \\ \mathbf{y}_{j,S_{\text{RFG}_i}} \\ \mathbf{z}_{j,S_{\text{RFG}_i}} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Gl. (6):

$$\begin{aligned} d_{j,\text{RFG}_i} = 0 &= f_i \left(\tilde{\mathbf{x}}_{j,S_{\text{RFG}_i}}, \tilde{\mathbf{a}}_{\text{RFG}_i}, \tilde{\mathbf{t}}_{S-\text{MSS}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{S-\text{MSS}}, \tilde{\mathbf{t}}_{\text{MSS-RFG}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{MSS-RFG}} \right) \\ &= \tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{RFG}_i} \tilde{\mathbf{n}}_{\text{RFG}_i} - \tilde{d}_{\text{Ursprung,RFG}_i} \\ &= \tilde{\mathbf{n}}_{x,\text{RFG}_i} \tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{RFG}_i} + \tilde{\mathbf{n}}_{y,\text{RFG}_i} \tilde{\mathbf{y}}_{j,\text{RFG}_i} + \tilde{\mathbf{n}}_{z,\text{RFG}_i} \tilde{\mathbf{z}}_{j,\text{RFG}_i} - \tilde{d}_{\text{Ursprung,RFG}_i} \end{aligned} \quad (6)$$

Verwendung von Quadratischen Formen als Referenzgeometrien

Bei der Verwendung von quadratischen Formen als Referenzgeometrien $\mathbf{a}_{\text{RFG}_i} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9 \ a_{10}]^T$ kann (4) durch Einsetzen von (5) wie folgt formuliert werden (z. B. Drixler 1993):

Gl. (7) \rightarrow siehe unten. (7)

Wie zu erkennen ist, entspricht der Abstand d_j bei einer Formulierung in einem GHM dem Widerspruchsvektor w_j (vgl. Abschnitt 4). In einem GHM werden eben diese Widerspruchsvektoren senkrecht auf den Parameterraum projiziert, wodurch auch die Abstände zwischen Quadratischer Form und dem jeweiligen Punkt $\mathbf{x}_{j,\text{RFG}_i}^T$ minimiert werden. Bei (6) und (7) wurde als Abstandsfunktion $df_i(\mathbf{x}_{\text{RFG}_i}, \mathbf{Z}_i(\phi))$ somit die euklidische Distanz zwischen den $\mathbf{x}_{\text{RFG}_i}$ und deren orthogonale Projektion auf die Referenzfläche gewählt.

3.4 Zusammenfassung der Positions- und Orientierungsschätzung

Abb. 2 zeigt das Ablaufdiagramm für die vollständige Durchführung der Positions- und Orientierungsschätzung von LIDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen. Alle Schritte werden darüber hinaus noch einmal anhand eines Beispiels in Abschnitt 5 vorgestellt. Zunächst sind die Referenzgeometrien sowohl durch die Sensoren des

MSS als auch durch die Referenzmessung aufzunehmen. Daraufhin erfolgt die Bestimmung der Parameter der Referenzgeometrien im übergeordneten Koordinatensystem. Für die hochgenaue Bestimmung aller 6 DOF müssen für jeden Sensor in der Regel mehrere Referenzflächen aufgenommen und analysiert werden, sodass eine Zuordnung der Messungen jedes Sensors zu den jeweiligen Referenzflächen zu erfolgen hat. Nach dem Herstellen des Bezuges zwischen dem Koordinatensystem des MSS und dem Referenzsystem kann die Schätzung der 6 DOF mit dem im Abschnitt 4 vorgestellten Ausgleichungsmodell erfolgen.

4 Empfehlungen für die Aufstellung des Ausgleichungsmodells

Dieser Abschnitt dient dazu, einige Empfehlungen für die konkrete Aufstellung eines GHM zu erläutern. Dabei wird exemplarisch die Aufstellung des funktionalen und stochastischen Modells für einen Sensor betrachtet. Aus praktischen Gründen wird dazu übergegangen, dass nicht alle originären Beobachtungen in das Ausgleichungsmodell einfließen, sondern mit abgeleiteten Größen gearbeitet wird. Die Gründe dafür liegen in der Größe der zu lösenden Normalgleichungssysteme und dem effizienten Umgang mit großen Datenmengen (vgl. Abschnitt 5). Die abgeleiteten, beobachteten Größen sind im allgemeinen Fall die Translationen $\mathbf{t}_{\text{MSS-RFG}}$ und die Rotationen $\boldsymbol{\omega}_{\text{MSS-RFG}}$ zwischen dem MSS und den Referenzgeometrien sowie die Parameter $\mathbf{a}_{\text{RFG}_i}$ der Referenzgeometrien, die aus den originären Beobachtungen des Referenzinstrumentes

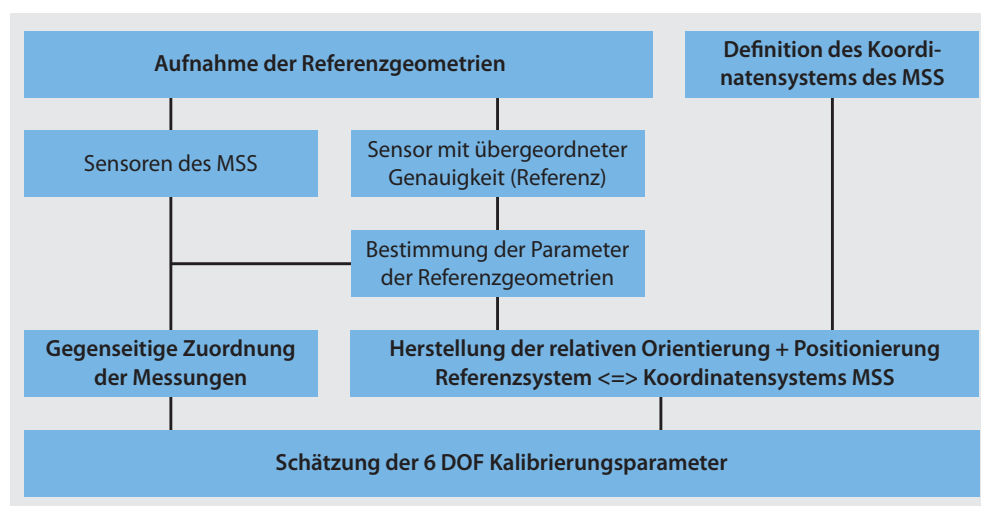


Abb. 2: Ablaufdiagramm für die Positions- und Orientierungsbestimmung

Gl. (7):

$$d_{j,\text{RFG}_i} = 0 = f_i(\tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{S}_{\text{RFG}_i}}, \tilde{\mathbf{a}}_{\text{RFG}_i}, \tilde{\mathbf{t}}_{\text{S-MSS}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{S-MSS}}, \tilde{\mathbf{t}}_{\text{MSS-RFG}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{MSS-RFG}}) \\ = \tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{RFG}_i}^T \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 & \tilde{a}_4/\sqrt{2} & \tilde{a}_5/\sqrt{2} \\ \tilde{a}_4/\sqrt{2} & \tilde{a}_2 & \tilde{a}_6/\sqrt{2} \\ \tilde{a}_5/\sqrt{2} & \tilde{a}_6/\sqrt{2} & \tilde{a}_3 \end{bmatrix}_{\text{RFG}_i} \tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{RFG}_i} + \tilde{\mathbf{x}}_{j,\text{RFG}_i}^T \begin{bmatrix} \tilde{a}_7 \\ \tilde{a}_8 \\ \tilde{a}_9 \end{bmatrix}_{\text{RFG}_i} + \tilde{a}_{10,\text{RFG}_i} \quad (7)$$

gewonnen werden können. Die jeweils j Beobachtungen des Sensors $\mathbf{x}_{j,SRFG_i}$ für die $i = 1 \dots k$ Referenzgeometrien werden als quasi originäre Beobachtung eingeführt. Der Beobachtungsvektor \mathbf{L} ergibt sich somit zu:

$$\mathbf{L} = \left[\mathbf{x}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{x}_{SRFG_k}^T \quad \mathbf{a}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{a}_{SRFG_k}^T \quad \mathbf{t}_{MSS-RFG}^T \quad \boldsymbol{\varpi}_{MSS-RFG}^T \right]^T \quad (8)$$

Die eigentlichen Zielgrößen der Ausgleichung sind die Position \mathbf{t}_{S-MSS} und die Orientierung $\boldsymbol{\varpi}_{S-MSS}$ des Sensors im Koordinatensystem des MSS. Da die in (8) eingeführten Beobachtungsgruppen teilweise abgeleitete Größen sind, die im Rahmen der Ausgleichung mit aufdatiert werden können, müssen sie sogleich wieder als Parameter eingeführt werden, womit sich der Parametervektor \mathbf{X} zu

$$\text{Gl. (9)} \rightarrow \text{siehe unten} \quad (9)$$

ergibt. Das funktionale Modell der Ausgleichung

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{L}}, \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{0} \quad (10)$$

muss in eine Blockstruktur unterteilt werden, da für jeden Satz an Parametern \mathbf{a}_{SRFG_i} der Referenzgeometrien und den zugehörigen j Beobachtungen des Sensors $\mathbf{x}_{j,SRFG_i}$ allgemein eine eigene funktionale Beziehung f_i besteht, die in Abhängigkeit der Abstandsfunktion $df_i(\mathbf{x}_{SRFG_i}, \mathbf{Z}_i(\phi))$ (vgl. z. B. (6) und (7)) aufzustellen ist:

$$\text{Gl. (11)} \rightarrow \text{siehe unten.} \quad (11)$$

Gl. (9):

$$\mathbf{X} = \left[\mathbf{t}_{X,S-MSS} \quad \mathbf{t}_{Y,S-MSS} \quad \mathbf{t}_{Z,S-MSS} \quad \boldsymbol{\omega}_{S-MSS} \quad \boldsymbol{\varphi}_{S-MSS} \quad \boldsymbol{\kappa}_{S-MSS} \quad \mathbf{a}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{a}_{SRFG_k}^T \quad \mathbf{t}_{MSS-RFG}^T \quad \boldsymbol{\varpi}_{MSS-RFG}^T \right]^T \quad (9)$$

Gl. (11):

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{L}}, \tilde{\mathbf{X}}) = \begin{bmatrix} f_1(\tilde{\mathbf{t}}_{X,S-MSS}, \tilde{\mathbf{t}}_{Y,S-MSS}, \tilde{\mathbf{t}}_{Z,S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_{S-MSS}, \tilde{\mathbf{x}}_{SRFG_1}^T, \tilde{\mathbf{a}}_{SRFG_1}^T, \tilde{\mathbf{t}}_{MSS-RFG}^T, \tilde{\boldsymbol{\varpi}}_{MSS-RFG}^T) \\ \vdots \\ f_k(\tilde{\mathbf{t}}_{X,S-MSS}, \tilde{\mathbf{t}}_{Y,S-MSS}, \tilde{\mathbf{t}}_{Z,S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{S-MSS}, \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_{S-MSS}, \tilde{\mathbf{x}}_{SRFG_k}^T, \tilde{\mathbf{a}}_{SRFG_k}^T, \tilde{\mathbf{t}}_{MSS-RFG}^T, \tilde{\boldsymbol{\varpi}}_{MSS-RFG}^T) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (11)$$

Gl. (12):

$$\mathbf{Q}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} \Sigma_{\mathbf{x}_{SRFG_1}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \dots & \Sigma_{\mathbf{x}_{SRFG_k}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \Sigma_{\mathbf{a}_{SRFG_1}} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma_{\mathbf{a}_{SRFG_k}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \Sigma_{\mathbf{t}_{MSS-RFG}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_{\boldsymbol{\varpi}_{MSS-RFG}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Das stochastische Modell der Ausgleichung mit den Varianz-Kovarianz-Matrizen Σ der einzelnen (abgeleiteten) Beobachtungsblöcke und der Kofaktormatrix der Beobachtungen \mathbf{Q}_{LL} setzt sich mit dem a-priori-Varianzfaktor σ_0^2 zusammen zu:

$$\text{Gl. (12)} \rightarrow \text{siehe unten.} \quad (12)$$

Bei der Ableitung der Genauigkeitsmaße der Beobachtungen und Parameter ist zu beachten, dass die Beobachtungsblöcke, die jeweils mit demselben Sensor beobachtet worden sind, im Allgemeinen miteinander korreliert sind. Dies betrifft zum einen die beobachteten Koordinaten der Referenzgeometrien $\mathbf{x}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{x}_{SRFG_k}^T$ und zum anderen alle (abgeleiteten) Größen des Referenzsensors $\mathbf{a}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{a}_{SRFG_k}^T, \mathbf{t}_{MSS-RFG}^T$, sowie $\boldsymbol{\varpi}_{MSS-RFG}^T$. Des Weiteren ist zu beachten, dass derartige Messanordnungen wenig zur Aufdeckung von systematischen Messabweichungen bei der Ausgleichung geeignet sind. Bei der Bestimmung der abgeleiteten Beobachtungen $\mathbf{a}_{SRFG_1}^T \dots \mathbf{a}_{SRFG_k}^T, \mathbf{t}_{MSS-RFG}^T$ und $\boldsymbol{\varpi}_{MSS-RFG}^T$ aus den originären Beobachtungen, sowie deren Varianz-Kovarianz-Matrix geht somit im Wesentlichen eine Wiederholpräzision in das stochastische Modell (12) ein. Aus diesem Grund wird für eine bessere Quantifizierung der Unsicherheiten empfohlen, eine Messunsicherheitsanalyse nach GUM (ISO 1995) durchzuführen. Dies soll aufgrund der Komplexität jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht explizit vorgestellt werden.

Mit Hilfe der Näherungswerte für die Parameter \mathbf{X}^0 und Beobachtungen \mathbf{L}^0 können die partiellen Ableitungen

gen des funktionalen Modells nach den Beobachtungen $B = (\partial f(L, X) / \partial L)_{L=L^0, X=X^0}$ und den Unbekannten $A = (\partial f(L, X) / \partial X)_{L=L^0, X=X^0}$ aufgestellt werden. Die geschätzten Parameter \hat{X} ergeben sich dann aus dem bekannten Normalgleichungen (z.B. Koch 2004)

$$\begin{pmatrix} B \cdot Q_{LL} \cdot B^T & A \\ A^T & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k \\ \hat{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -w \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \hat{X} = X^0 + \hat{x}, \quad (13)$$

mit dem Korrelatenvektor k , dem gekürzten Parametervektor \hat{x} und dem Widerspruchsvektor $w = f(L, X^0)$. Die Zuverlässigkeitsanalyse und Ausreißerdetektion kann entsprechend den bekannten Vorgehensweisen im GHM erfolgen. Sollten große Standardabweichungen der Messgrößen oder signifikante Nichtlinearitäten wirken, so ist ggf. eine Auswertung im strengen GHM (Lenzmann und Lenzmann 2004) vorzunehmen.

Eine schlechte Anordnung der Referenzgeometrien bildet sich im funktionalen Modell ab, sodass im Rahmen der Kovarianzfortpflanzung (bei einem adäquaten Varianz-Kovarianz-Modell) entsprechend die Varianz-Kovarianz-Matrix für die nicht optimal bestimmten Parameter große Standardabweichungen aufweist. Diese Art der Kontrolle ist jedoch aufgrund der geschilderten Defizite nicht vollständig durchgreifend, sodass auch bei der Planung des Messaufbaus bereits berücksichtigt werden sollte, dass die Anordnung der Referenzgeometrien optimal bzgl. der zu bestimmenden Parameter ist (vgl. auch Abschnitt 5.1).

5 Beispiel: Anordnung von Profillaserscannern bei einer Multisensorplattform

Das in den Abschnitten 3 und 4 beschriebene Ausgleichsmodell wurde im Rahmen eines Projekts für eine Multisensorplattform mit vier PLS angewandt. Abb. 3 zeigt schematisch die Anordnung der vier PLS, sowie die Definition der verschiedenen Koordinatensysteme. Das Koordinatensystem x_{MSS} des MSS ist in grün dargestellt, die roten Darstellungen repräsentieren die lokalen Koordinatensysteme x_{S_i} der einzelnen PLS. Letztere sind aufgrund ihrer mechanischen Anordnung teilweise gegensätzlich orientiert, um die räumliche Ausdehnung der Multisensorplattform möglichst gering zu halten. Die Situation ist gut in Abb. 3 erkennbar. Durch die gegenseitige Anordnung der Sensoren kann die Messbasis in Y-Richtung (erkennbar an dem laseremittierenden Bereich der Sensoren) bei gleicher Plattformausdehnung erhöht werden, da der größere Teil der PLS jeweils zur Mitte der Plattform zeigt. Das Koordinatensystem der MSS wird über Passbohrungen (Abb. 3, Punktnummern 11 bis 14) realisiert, welche eindeutig und unveränderlich mit der Multisensorplattform verbunden sind. Den Koordinatenursprung bildet das Zentrum der Passbohrung 12. Die positive X-Achse verläuft durch das Zentrum der Pass-

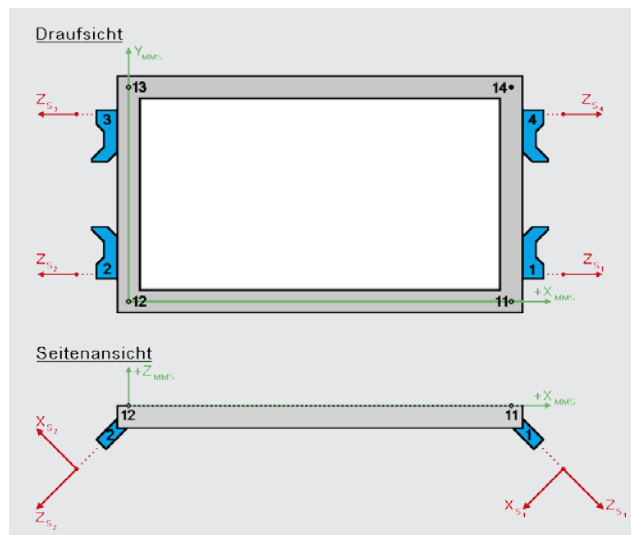


Abb. 3: Schematische Darstellung der Multisensorplattform

bohrung 11, die X-Y-Ebene verläuft durch das Zentrum der Passbohrung 13. Das Ziel ist es, sämtliche Sensoren mit ihren unterschiedlich orientierten, lokalen Koordinatensystemen der PLS in das gemeinsame, einheitliche Koordinatensystem des MSS zu überführen.

Der Koordinatenursprung befindet sich etwa 80 mm außerhalb des PLS (vgl. Abb. 3). Damit können die Parameter der lokalen PLS nicht direkt über eine signalisierte Messung bestimmt werden. Eine indirekte Bestimmung erfordert spezielle Referenzobjekte, deren geometrische Eigenschaften hochgenau bekannt, beziehungsweise bestimmbar sein müssen.

5.1 Anordnung der Referenzgeometrien

Im konkreten Anwendungsfall wird für jeden PLS die Referenzgeometrie durch fünf Ebenen repräsentiert, die gemeinsam einen Referenzkörper bilden (Abb. 4). Die einzelnen Ebenen eines Referenzkörpers bestehen aus 7,5 mm starken Aluminiumplatten, welche untereinander verstiftelt und verschraubt sind. Die Aluminiumplatten

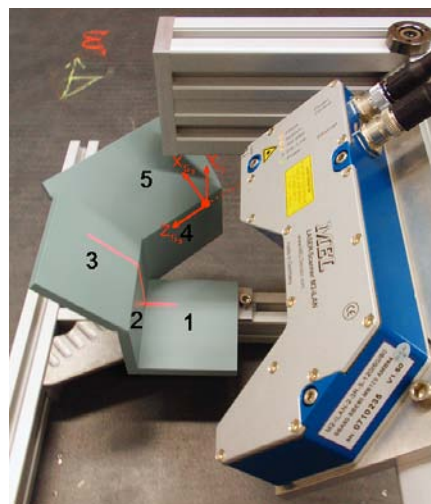


Abb. 4: Referenzkörper auf Kalibrierrahmen in Relation zum PLS

Tab. 1: Eignung der Ebenen des Referenzkörpers 1 hinsichtlich der zu bestimmenden Parameter für PLS 1

Parameter	Referenzebene				
	1	2	3	4	5
Translation X	gut geeignet	geeignet	gut geeignet	geeignet	gut geeignet
Translation Y	schlecht geeignet	schlecht geeignet	schlecht geeignet	geeignet	geeignet
Translation Z	geeignet	geeignet	gut geeignet	geeignet	gut geeignet
Rotation ω	schlecht geeignet	schlecht geeignet	schlecht geeignet	gut geeignet	geeignet
Rotation φ	geeignet	geeignet	geeignet	geeignet	geeignet
Rotation κ	schlecht geeignet	schlecht geeignet	schlecht geeignet	geeignet	gut geeignet

■ schlecht geeignet
 ■ geeignet
 ■ gut geeignet

sind mit einer matten Farbschicht überzogen, um die Reflexionseigenschaften des Laserstrahls zu verbessern. Ein Aluminiumrahmen bildet die gemeinsame Basis, auf dem die vier Referenzkörper mit Schrauben fixiert sind. Damit wird die relative Orientierung der einzelnen Referenzkörper zur Multisensorplattform reproduzierbar und stabil gewährleistet.

Abb. 4 zeigt beispielhaft die relative Orientierung eines PLS zu einem Referenzkörper. Der Ursprung des rot dargestellten Koordinatensystems befindet sich außerhalb des PLS. Die positive Z-Achse verläuft in Hauptstrahlrichtung, die X-Achse spannt den zweidimensionalen Scanbereich auf. Die Y-Achse wird vom PLS nicht genutzt und dient lediglich der Veranschaulichung der Tab. 1. Abb. 4 zeigt ferner die gegenseitige Anordnung der einzelnen Referenzebenen. Der Laserfächer des PLS nimmt in diesem Beispiel die Referenzflächen 1, 2 und 3 auf. Durch Verschiebung der Multisensorplattform ist eine vergleichbare Beleuchtung der Referenzflächen 4 und 5 möglich. Die vollständige Messung sämtlicher Referenzebenen erfordert lediglich Messungen der Multisensorplattform in zwei unterschiedlichen Positionen. Bei der Positionierung der Multisensorplattform ist im speziellen Fall darauf zu achten, dass die aufgenommenen Bereiche der einzelnen Referenzebenen möglichst homogen ausfallen, damit in der Ausgleichung eine vergleichbare Anzahl von Bedingungsgleichungen pro Referenzfläche gebildet werden kann.

Die unterschiedliche Orientierung der Referenzebenen zum Scanbereich des LIDAR-Sensors gewährleistet die Eignung der Referenzgeometrie hinsichtlich aller zu bestimmenden Parameter für die Transformation der lokalen PLS in das einheitliche MSS. Tab. 1 klassifiziert die Eignung der Ebenen des Referenzkörpers 1 für die zu bestimmenden Parameter von PLS 1 in farblicher Darstellung, wobei grün dargestellte Referenzebenen gut geeignet, gelbe geeignet und rote nicht gut geeignet sind. Eine gute Eignung zeichnet sich genähert dadurch aus, dass der Betrag einer Parameteränderung dem Betrag des Widerspruchs aus dem funktionalen Zusammenhang des Ausgleichungsmodells in hohem Maße entspricht. So sind beispielsweise die Referenzebenen 1, 2 und 3 schlecht

zur Bestimmung der Translation in Y-Richtung geeignet, da sich der illuminierte Bereich bei einer entsprechenden Verschiebung des Sensors lediglich parallel zu den genannten Referenzebenen verschieben würde. Dagegen sind die gleichen Ebenen gut für die beiden anderen Translationsparameter in X- und Z-Richtung geeignet, da die illuminierten Bereiche bei einer entsprechenden Verschiebung des Sensors außerhalb der Referenzebenen fallen würden (vgl. Abb. 4).

5.2 Bezug der Referenzgeometrie zum Multisensorsystem

Im Idealfall sind die Referenzgeometrien quasi fehlerfrei bestimmbar und ihre Position sowie Orientierung im Bezug zum Multisensorsystem bekannt. In der Praxis könnte dies durch eine unveränderbare, konstante Kalibrierungsvorrichtung realisiert werden, in welche die Multisensorplattform reproduzierbar eingespannt wird. Der Aufwand zur langfristigen Gewährleistung der konstanten Einspannung und Einhaltung der relativen Orientierungen der Referenzgeometrien zum MSS ist allerdings sehr hoch (stabiler Aufbau, massive Konstruktion, mechanische Präzision, Klimatisierung, etc.). Eine Alternative bietet eine Kalibrierungsvorrichtung in Leichtbauweise, welche unmittelbar vor jedem Kalibrierungsvorgang neu eingemessen wird. Dazu muss das Rahmengestell im Vorfeld der Messung auf einem stabilen Untergrund fixiert werden und darf während des gesamten Kalibriervorgangs in seiner Lage nicht mehr verändert werden. Anschließend müssen die Referenzgeometrien messtechnisch erfasst und der mathematische Bezug zum Multisensorsystem realisiert werden.

Das Geodätische Labor der Universität der Bundeswehr München verfügt über das Lasertrackersystem AT901 der Firma Leica einschließlich des T-Scan LIDAR-Sensors TS50B zur Erfassung von Oberflächen. Die Referenzebenen der einzelnen Referenzkörper werden nach Fixierung der Kalibrierungsvorrichtung mit T-Scan erfasst und im Lasertrackersystem (hier das RFG) als Punktwolken koordiniert. Anschließend wird die Multisensorplattform in den zuvor beschriebenen zwei Positionen über der Kalibrierungsvorrichtung positioniert. Neben der Messwert-erfassung der vier PLS müssen in beiden Messpositionen die vier Passbohrungen der Multisensorplattform mit dem AT901 erfasst werden. Letzteres erfolgt durch diskrete Punktmessungen mit Hilfe eines Corner-Cube-Reflektors. Damit sind die Passbohrungen sowohl im RFG, als auch im MSS bekannt und können als Passpunkte für die Transformation der beiden Systeme verwendet werden. In der formellen Darstellung aus Abschnitt 3 entspricht dies der Transformation von RFG-MSS.

Aufgrund des verwendeten Lasertrackersystems kann eine quasi fehlerfreie Bestimmung der Referenzgeometrien nicht vorausgesetzt werden. Nach Herstellerangaben (Leica 2010) beträgt die Messunsicherheit für Ein-

zelpunktmessungen $U_{XYZ}(k=2) = \pm 15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m}/\text{m}$, was bei einer Kalibrierung im Labor mit kurzen Entfernungen zwischen Lasertracker und Multisensorplattform $U_{XYZ}(k=2) = < 0,05 \text{ mm}$ ausmacht. Für die flächenhafte T-Scan-Messung gibt Leica $U_{XYZ}(k=2) = \pm 80 \mu\text{m} + 3 \mu\text{m}/\text{m}$ an. Dies entspräche unter zuvor genannten Laborverhältnissen einer Messunsicherheit von $U_{XYZ}(k=2) = < 0,1 \text{ mm}$, sodass die gesamte Referenzgeometrie mit einer maximalen, erweiterten Messunsicherheit von $U_{\text{RFG}}(k=2) = \sqrt{(0,05 \text{ mm})^2 + (0,1 \text{ mm})^2} = 0,11 \text{ mm}$ abgeschätzt werden kann. Die Modellierungsungenauigkeit der Ausgleichung der einzelnen Referenzebenen (Abschnitt 5.3) wurde zu $u_{XYZ} < 0,05 \text{ mm}$ geschätzt. Dabei handelt es sich um die Standardabweichung der Residuen der Ebenenausgleichung.

5.3 Automatisierte Zuweisung der Teilgeometrien

Bei dem zuvor beschriebenen Kalibrierungsvorgang müssen umfangreiche Messdaten verarbeitet werden. Die Ausführungen des Teilabschnitts beziehen sich auf das spezielle Beispiel. Die automatisierte Zuweisung der einzelnen, korrespondierenden Punktgruppen stellt aber allgemein eine besondere Herausforderung dar. In einem ersten Schritt müssen die T-Scan-Punktwolken der vier Referenzkörper in ihre fünf Referenzebenen aufgeteilt werden. Aufgrund der Fülle von Einzelmessungen kann eine vereinfachte Selektion in zwei Schritten durchgeführt werden. Diese beruht auf einer einfachen Abstandsabfrage hinsichtlich eines Kugellinnenraumes, dessen Radius und Mittelpunkt bezogen auf den Kalibrierrahmen einmalig bestimmt wurde. Die einzelnen Referenzebenen werden damit durch ein oder mehrere Kreissegmente repräsentiert. Der Bezug des Kalibrierrahmensystems (in dem die Kugelparameter definiert sind) zum Lasertrackersystem wird über Passbohrungen im Kalibrierrahmen hergestellt, die mittels Corner-Cube-Prisma im RFG bestimmt werden.

Abb. 5 zeigt beispielhaft die Selektion über Kugeln (rote Darstellung) anhand eines Referenzkörpers (vgl. Abb. 4). Für die Referenzebenen 2 und 4 wurden jeweils zwei Kugeln eingesetzt, um die verfügbaren T-Scan-Messungen (blaue Darstellung) repräsentativer auszunutzen. Noch mehr Punkte können über eine Selektion mit Polygonen (grüne Darstellung) gewonnen werden. Dieses Verfahren ist jedoch mathematisch aufwändiger und benötigt wesentlich mehr Parameter für die erforderlichen Näherungskoodinaten (mindestens 240 gegenüber 120), die alle im Fall einer Veränderung der Kalibrierungsvorrichtung manuell angepasst werden müssen. Mit der Selektion über Kugeln werden bereits über 50 % der T-Scan-Messungen korrekt zugewiesen. Aufgrund der hohen Punktdichte einer T-Scan-Messung reicht die vereinfachte Selektionsmethode für eine repräsentative Ebenenausgleichung vollkommen aus.

Auf die selektierten Punktwolken kann nun die Verfahrensweise der Ebenenmodellierung (6) angewendet werden. Aufgrund der hohen Punktdichte der T-Scan-Messung ist gegebenenfalls eine Ausdünnung der Punktwolke ratsam, um nicht zu viele Beobachtungen in das Ausgleichungsmodell einzuführen. Des Weiteren sollte vorab eine Ausreißerfilterung vorgenommen werden, da aufgrund der einfachen Selektionsmethode möglicher-

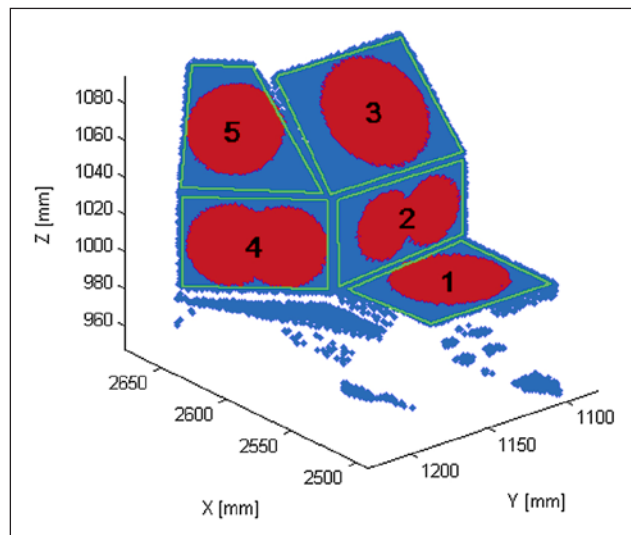


Abb. 5: Automatisierte Flächenselektion eines Referenzkörpers

weise Fehlmessungen mit erfasst wurden, die die Ebenenschätzung verfälschen könnten. Es ist auch möglich, die Parametrisierung der einzelnen Ebenen außerhalb des Gesamtkonzeptes durchzuführen. In diesem Fall werden die selektierten Punktwolken nicht als Beobachtungen, sondern die über Transformation vom RFG ins MSS ausgeglichenen Ebenenparameter als Konstanten in das reduzierte Gesamtkonzept eingeführt.

Ein weiterer wichtiger Schritt ist die Zuweisung der Einzelpunktmessungen der vier PLS (Profilpunkte, x_{j,SRFG_i}) zu den korrespondierenden Referenzebenen. Wie in Abb. 4 ersichtlich, nehmen die PLS in einer Plattformposition stets mehrere Referenzebenen simultan auf. Zwecks korrekter Zuweisung müssen die einzelnen Punktwolken separiert werden, wobei die Randbereiche Ausreißer enthalten können. Da die Positionierung der Multisensorplattform zum Kalibrierrahmen vom Benutzer abhängig ist und somit leicht variiert, ist es schwierig, gute Näherungswerte für die Punkte zu finden, an denen in den Profildaten zwei benachbarte Referenzebenen zusammenstoßen. Eine Alternative bietet die Möglichkeit, die Profildaten über einmalig bestimmte Näherungswerte um die Y-Achse des PLS zu rotieren, sodass die jeweils interessierenden Teilbereiche parallel zur X-Achse des lokalen PLS-Systems verlaufen. Danach lassen sich die gesuchten Profildaten über signifikante Koordinatendifferenzen ermitteln, wobei ΔX relativ konstant bleibt, während ΔZ nahe Null sein muss. Die Selektionen und damit verbundenen Transformationen finden ausschließlich im

PLS-System statt und sollten im Vorfeld durchgeführt werden. Die selektierten Profilpunkte $x_{j,S_{REF_i}}$ werden später als Beobachtungen in das Gesamtkonzept eingeführt.

5.4 Genauigkeiten der Kalibrierparameter

Das in Abschnitt 5 vorgestellte Beispiel beschreibt den Kalibrierungsvorgang für eine realisierte Multisensorplattform am Geodätischen Labor der Universität der Bundeswehr München. Die Implementierung des Ausgleichungskonzeptes erfolgte in der Programmierumgebung MatLab R2010a von MathWorks Inc. Daher ist es möglich, anhand eines typischen Beispieldatensatzes konkrete Zahlen hinsichtlich der Genauigkeitsabschätzung des Kalibrierungsvorgangs zu nennen. Der Beispieldatensatz umfasst rund 540.000 T-Scan-Messungen, von denen 52 % selektiert wurden, sowie 2.320 gemessene Profilpunkte, von denen 92 % berücksichtigt wurden. Daraus ergeben sich insgesamt 2.132 Bedingungsgleichungen gegenüber 4×6 DOF für die Ausgleichung im GHM.

Abb. 6 zeigt die Elemente des Widerspruchsvektors der Ausgleichung für einen PLS. Sie beschreiben die verbleibenden Abweichungen (Distanzen d_j) der Beobachtungen

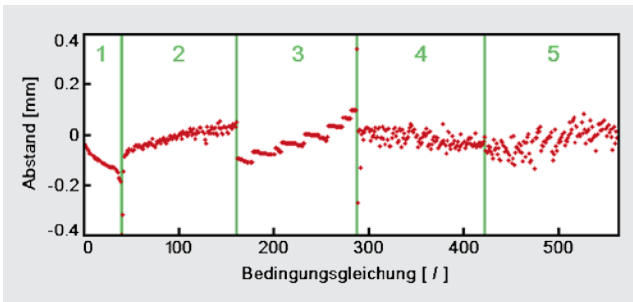


Abb. 6: Widerspruchsvektor für einen Profillaserscanner

zu den Referenzebenen. Die einzelnen Referenzebenen (grüne Unterteilung) sind klar erkennbar und enthalten teilweise systematische Trendanteile, die sich jedoch nicht weiter reduzieren lassen. Auf diese Problematik wurde auch in Abschnitt 4 bereits hingewiesen. Da bei der Beobachtung der Referenzgeometrien im Wesentlichen die Präzision des Referenzinstrumentes und der Sensoren des MSS mit eingeht, kann erst durch Variation des Beobachtungsrahmens (Vergleichsmessungen) eine bessere Quantifizierung der Genauigkeiten erfolgen. Diese Variation des Beobachtungsrahmens wird z.T. im speziellen Beispiel durch die Verwendung mehrerer Ebenen realisiert.

Die durchschnittliche Standardabweichung der Residuen des Widerspruchsvektors beträgt 0,05 mm für alle vier PLS und liegt damit innerhalb der zu erwartenden Messgenauigkeit des Lasertrackers und der PLS. Ergänzend zeigt Tab. 2 die durchschnittlichen Standardabweichungen der einzelnen Kalibrierparameter der vier PLS aus der Varianz-Kovarianzmatrix der Parameter des GHM.

Die geringen mittleren Standardabweichungen für die Translationen lassen sich zum einen durch die hohe An-

Tab. 2: Durchschnittliche Standardabweichungen der ausgeglichenen Parameter

Translation	Std.Abw.	Rotation	Std.Abw.
X [mm]	0,01	ω [gon]	0,095
Y [mm]	0,06	ϕ [gon]	0,012
Z [mm]	0,01	κ [gon]	0,101

zahl der Beobachtungen und zum anderen durch die als unkorreliert eingeführten Beobachtungen erklären. Die hohen Standardabweichungen für die Rotationen sind durch die geringe Distanz zwischen Sensor und Referenzgeometrien zu erklären. Ein Winkel von 0,1 gon entspricht in der maximalen Messentfernung von ca. 15 cm einer Querabweichung von ca. 0,2 mm. Bei mobilen Multisensorsystemen mit längeren Messdistanzen sind entsprechend bessere Genauigkeiten für die Rotationen zu erzielen. Zukünftig empfiehlt sich für eine bessere Genauigkeitsabschätzung eine Messunsicherheitsanalyse nach GUM (ISO 1997).

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die in Abschnitt 5 vorgestellte Realisierung ist nur ein Beispiel für die Anwendung des vorgestellten Ansatzes der 6 DOF-Kalibrierung. Die vorgestellten Modelle lassen sich auf sämtliche Multisensorplattformen mit LIDAR-Sensoren übertragen. Die zusätzliche Einbindung weiterer oder auch ähnlicher Sensoren wie beispielsweise (Video-)Kameras ist über Geraden als Referenzgeometrien möglich. Der gegenseitige, relative Bezug sämtlicher Sensoren im gemeinsamen MSS erfordert lediglich repräsentative Referenzgeometrie(n), um die gesuchten Transformationsparameter sicher bestimmen zu können. Dabei ist die Form der Referenzgeometrie nicht auf Ebenen beschränkt, sondern kann auf viele mathematisch beschreibbare Geometrien erweitert werden. Ferner ist eine bessere Bestimmung von Näherungswerten für die Rotationen bei der Lösung der Ausgleichungsaufgabe mit dem GHM beispielsweise auch über die Anwendung von Quaternionen möglich. Zudem ist die Erweiterung des stochastischen und funktionalen Modells hinsichtlich instrumenteller Fehlerquellen denkbar, jedoch ist auf deren sensitive Schätzung zu achten.

Die hier vorgestellte 6 DOF-Kalibrierung von LIDAR-Sensoren auf Multisensorplattformen bietet viel Freiraum für die persönliche Gestaltung und Anwendung. Zudem benötigt der in Abschnitt 5 dargestellte Kalibrierungsvorgang insgesamt nur etwa 1,5 Stunden Arbeitszeit, wobei rund 90 % des Zeitaufwands für die Erhebung der Messdaten aufgewendet werden müssen. Da auch auf Mobile Mapping Fahrzeugen in der Regel nicht mehr als 2 bis 4 PLS vorhanden sind, ist dies eine repräsentative Aufwandsabschätzung. Die vollautomatisierte Auswertung

der Messdaten benötigt auf einem Standard-PC etwa fünf Minuten Rechenzeit. Die Realisierung eines unkomplizierten, schnellen und damit kostenreduzierten Kalibriervorgangs ist somit möglich.

Dank

Die im Beitrag vorgestellten Ansätze sind im Rahmen der Entwicklung einer Multisensorplattform am Geodätischen Labor der UniBw München entstanden, an dem alle Kollegen des Geodätischen Labors beteiligt waren. Für ihre stete Einsatz- und Hilfsbereitschaft sei ihnen an dieser Stelle ausdrücklich gedankt. Ein besonderer Dank gilt Peter Pongratz für die ausgezeichneten mechanischen Arbeiten im Zusammenhang mit dem Bau der Referenzgeometrien für die Untersuchungen.

Literatur

- Baltzakis, H., Argyros, A., Trahanias P. (2003): Fusion of laser and visual data for robot motion planning and collision avoidance. *Machine Vision and Application*, 12: 431–441, 2003.
- Bauermann, I., Steinbach, E. (2005): Joint Calibration of a Range and Visual Sensor for the Acquisition of RGBZ Concentric Mosaics, VMV2005.
- Dold, Ch. (2010): Ebenenbasierte Verfahren für die automatische Registrierung terrestrischer Laserscans. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover*, ISSN 0174-1454, Nr. 283, Hannover.
- Drixler, E. (1993): Analyse der Form und Lage von Objekten im Raum. München, Bayer. Akademie d. Wissenschaften, Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe C, Heft-Nr. 409.
- Gielsdorf, F., Gruendig, L., Milev, I. (2008): Deformation Analysis with 3D Laser Scanning. In: 13th FIG Symposium on Deformation Measurement and Analysis, Lisbon (CD-Proceedings).
- Gräfe, G. (2007): Kinematische Anwendungen von Laserscannern im Straßenraum. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Heft 84, Neubiberg.
- Grejner-Brezezinska, D.A. (2001): Direct Sensor Orientation in Airborne and Land-based Mapping Application, Report No. 461, Geodetic Geoinformation Science, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, The Ohio State University, Ohio.
- Hesse, C. (2008): Hochauflösende kinematische Objekterfassung mit terrestrischen Laserscannern. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik, ISSN 0174-1454, Nr. 268, Hannover.
- Ip, A., El-Sheimy, N., Mostafa, M. (2007): Performance Analysis of Integrated Sensor Orientation. In: *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 73, No. 1, January 2007, pp. 089–097.
- ISO (1995): Guide to the expression of uncertainty in measurements (GUM). International Organization for Standardization, Geneva.
- Koch, K.R. (2004): Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen. 4. bearbeitete Auflage, www.igg.uni-bonn.de/tg/fileadmin/publication/media/buch97_format_neu.pdf, ehemals Ferd. Dummlers Verlag, Bonn, letzter Zugriff: 02/2012.
- Leica Geosystems (2010): PCMM Systemspezifikationen, Leica Absolute Tracker und Leica T-Produkte. Leica Geosystems, Metrology Products, CH-5035 Unterentfeldern, http://metrology.leica-geosystems.com/de/Leica-Absolute-Tracker-AT901_69047.htm, letzter Zugriff 02/2012.
- Lenzmann, L., Lenzmann, E. (2004): Strenge Auswertung des nicht-linearen Gauß-Helmert-Modelles. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)* 111 (2004) 2, 68–73.

- Li, G. H., Liu, Y. H., Dong, L., Cai, X. P., Zhou, D. X. (2007): An Algorithm for Extrinsic Parameters Calibration of a Camera and a Laser Range Finder Using Line Features. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Diego: CA, USA, Oct 29–Nov 2, 2007.
- Li, J., Li, G. H., Dong, L. (2009): Calibration Algorithm based on Linear Feature between Two-Dimensional Laser Range Finder and Platform. In: *International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*, 2009. Vol. 1, pp. 781–783.
- Meng, L., Sun, F., Ge, S.S. (2010): Extrinsic Calibration of a Camera with Dual 2D Laser Range Sensors for a Mobile Robot. In: 2010 IEEE International Symposium on Intelligent Control Part of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Yokohama, Japan, September 8–10, 2010.
- Mirzaei, F.M., Kottas, D.G., Roumeliotis, S.I. (2012): 3D LIDAR-camera intrinsic and extrinsic calibration: Identifiability and analytical least-squares-based initialization. In: *The International Journal of Robotics Research* 2012 31: 452, DOI: 10.1177/0278364911435689.
- Neitzel, F., Mordwinzew, W., Lerche, C. (2010): Untersuchung von Registrierungsverfahren hinsichtlich des Einsatzes terrestrischer Laserscanner in der Deformationsmessung. *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, Vol. 117, Nr. 6, S. 213–219.
- Pandey, G., McBride, J.R., Savarese, S., Eustice, R.M. (2012): Automatic targetless extrinsic calibration of a 3d lidar and camera by maximizing mutual information. In *Proceedings of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, Toronto, Canada, July 2012. (accepted, to appear), see also: <http://robots.engin.umich.edu/SoftwareData/ExtrinsicCalib>.
- Rietdorf, A. (2005): Automatisierte Auswertung und Kalibrierung von scannenden Messsystemen mit tachymetrischem Messprinzip. C.H. Beck Verlag, München, ISBN 978-3-7696-5021-1.
- Rump, S.M. (1999): INTLAB – INTERVAL LABORATORY. In: Csendes, T. (Ed.): *Developments in Reliable Computing*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 77–104.
- Stauning, O. (2003): Flexible Automatic Differentiation using Templates and Operator Overloading in C++. Talk presented at the Automatic Differentiation Workshop at Shrivensham Campus, Cranfield University, June 6th 2003, www.fadbad.com/fadbad.html, letzter Zugriff 02/2012.
- Vennegeerts, H. (2011): Objektraumgestützte kinematische Georeferenzierung für Mobile-Mapping-Systeme. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik, ISSN 0174-1454, Nr. 290, Hannover.
- Wasielowski, S., Strauss, O. (1995): Calibration of A Multi-Sensor System Laser Rangefinder/Camera, *Proceedings of the Intelligent Vehicles '95 Symposium*, Sep. 25–Sep. 26, 1995, Detroit, USA Sponsored by IEEE Industrial Electronics Society, pp. 472–477, 1995.

Anschrift der Autoren

Verm.-Ass. Dipl.-Ing. Thorsten Strübing
Institut für Geodäsie – Geodätisches Labor
Universität der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg Weg 39, 85577 Neubiberg

Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann
Geodätisches Institut, Leibniz Universität Hannover
Nienburger Straße 1, 30167 Hannover
neumann@gih.uni-hannover.de
Tel.: +49 (0)511 762-2461

Der wesentliche Teil der Arbeiten für den Beitrag wurde während der Zeit am Institut für Geodäsie – Geodätisches Labor der Universität der Bundeswehr München durchgeführt.