

# Sub-cm-Konsistenz von nivellierten Normalhöhen, GNSS-Positionen und Quasigeoid im Testgebiet Harz

Thomas Krawinkel, Dennis Hücker, Christian Schickschneit, Kerstin Beermann, Jakob Flury, Sibylle Vey, Markus Antoni und Uwe Feldmann-Westendorff

## Zusammenfassung

Normalhöhen können ohne Nivellement aus GNSS-Höhen und einem Quasigeoidmodell bestimmt werden. Die erreichbare Genauigkeit hängt von der Qualität des Quasigeoids und der Realisierung der GNSS-Höhen ab. Untersuchungen dazu sind aufgrund der Erneuerung des Höhensystems in Deutschland aktuell. Im Harz wurde durch zwei GNSS-Kampagnen in Punkten des Nivellementnetzes erster Ordnung ein auf sub-cm ausgelegter Validierungsdatensatz geschaffen. Als Maß der Mess- und Modellierungsfehler wurden Höhenresiduen aus GNSS-Höhen, GCG05-Quasigeoidhöhen und DHHN92-Normalhöhen gebildet. Die Residuen weisen einen sehr niedrigen RMS-Wert von 4,9 mm auf. Durch die Hinzunahme zweier astrogeodätischer Quasigeoidprofile konnten wir einen Dreieckschluss von Höhenresiduen bilden und ableiten, dass die Residuen durch stationsabhängige GNSS-Fehler von typischerweise ca. 5 mm dominiert werden, während die Fehler der Quasigeoiddaten geringer ausfallen. Eine sub-cm-Konsistenz von GNSS-Positionierung, Normalhöhen und Quasigeoidmodell ist also durchaus erreichbar, auch unter den relativ schwierigen Bedingungen eines Mittelgebirges. Dies erscheint auch international relevant, da für viele Länder wesentlich größere Höhenresiduen aufgrund geringerer Qualität der Grundlagennetze berichtet werden.

## Summary

Normal heights can be determined without spirit leveling by combining GNSS heights with a quasigeoid model. The resulting accuracy depends on the quality of the quasigeoid model and on the realization of the GNSS heights. Investigations on this topic are timely because of the ongoing modernization of the height system in Germany. In the Harz mountain range, a sub-cm accuracy validation data set has been established in two GNSS campaigns at stations of the first order leveling network. We used height residuals from GNSS heights, GCG05 quasigeoid heights and DHHN92 normal heights to quantify measurement and modeling errors. The residuals have a very low RMS of 4,9 mm. By including two astrogeodetic quasigeoid profiles we could mutually check different types of residuals and show that the largest contribution to the height residuals (typically about 5 mm) is due to station-dependent GNSS errors while the quasigeoid errors are smaller. We conclude that sub-cm consistency of GNSS positioning, normal heights and quasigeoid model can be achieved, even under rather difficult conditions of a mountain range. This seems internationally relevant as for many countries height residuals are reported that are considerably larger which may be due to the inferior quality of fundamental networks.

**Schlüsselwörter:** Geoid, Höhen, Grundlagennetze, GNSS, Zenitkamera

## 1 Einleitung

GNSS-Beobachtungen zusammen mit einem (Quasi-) Geoidmodell ermöglichen – alternativ zum klassischen Nivellement – die Bestimmung physikalischer Höhen, also beispielsweise Normalhöhen oder orthometrische Höhen (vgl. Abb. 1). Die Stärke des Verfahrens liegt in der Mög-

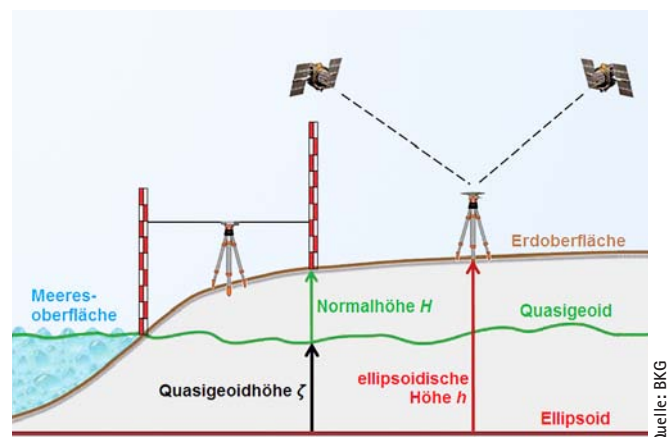


Abb. 1: Höhensysteme

lichkeit der Höhenbestimmung in beliebigen Punkten, unabhängig von einem Anschluss an ein Nivellementnetz vor Ort. Angesichts ständiger Verbesserungen bei der GNSS-Höhenbestimmung (Feldmann-Westendorff 2009) – vor allem durch verbesserte Hardware und Auswertestrategien – und in der Geoidmodellierung, stellt sich die Frage nach der gegenwärtigen Genauigkeit des Verfahrens: Können bereits Genauigkeiten erreicht werden, die mit denen des klassischen Nivellements vergleichbar sind, also im sub-cm-Niveau liegen?

Die konsistente Verknüpfung von aus hochgenauen GNSS-Beobachtungen und Geoidmodellierten resultierenden Höhen mit den amtlichen Höhen des Deutschen Haupthöhennetzes (DHHN) in einem einheitlichen Raumbezug ist nur unter Verwendung eines hochgenauen und konsistenten Referenzrahmens möglich. Mit Abschluss der umfangreichen Erneuerungskampagne des amtlichen Höhensystems DHHN 2006–2012, nach dem Beschluss der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV) aus dem Jahr 2005, wird ein solcher hochqualifizierter Re-

ferenzrahmen gegeben sein. Vor diesem Hintergrund ist die Frage nach der Validierung der Konsistenz zwischen den verschiedenen Verfahren interessant. Häufig wird dies durch GNSS-Beobachtungen an vorhandenen Punkten eines Höhennetzes höchster Präzision geprüft, indem dort Höhenresiduen aus ellipsoidischen und physikalischen Höhen sowie (Quasi-)Geoidhöhen gebildet werden.

Hier beschreiben wir die Durchführung und die Ergebnisse einer soliden Validierung in einem Testgebiet im Harz. Das topographisch anspruchsvolle Gebiet wurde ausgewählt, um die Validierung nicht auf ausschließlich günstige Bedingungen hinsichtlich GNSS, Geoid und Nivellement zu beschränken. Im Testgebiet ist der Zugang zu präzisen amtlichen Normalhöhen über Nivellementlinien erster Ordnung des DHHN gegeben. Wir verwenden zwei Linien erster Ordnung im Westharz, die im Zuge der Erneuerungskampagne durch das Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Niedersachsen (LGLN) neu nivelliert wurden. In dem Gebiet liegen aus einer Kampagne im Jahr 2003 bereits Höhenresiduen vor (Feldmann-Westendorff und Jahn 2006). Dieser Validierungsdatensatz sollte nun weiter ausgebaut und die Ergebnisse in einer zusammenführenden Untersuchung analysiert werden.

Für die Entnahme von Quasigeoidhöhen stehen die zwei aktuellen gravimetrischen Geoidmodelle GCG05 (German Combined Geoid 2005, Liesch et al. 2006) und EGG08 (European Gravimetric Geoid 2008, Denker 2009) zur Verfügung. Zwischenzeitlich gibt es für Ersteres bereits eine neue Version, das GCG2011 (AdV 2013). In unserem Testgebiet fallen die Unterschiede zum GCG05 jedoch nicht ins Gewicht (vgl. Abs. 4). Für unsere Untersuchung verwenden wir hauptsächlich das GCG05-Modell, das über Zwangspunkte mit GPS und Nivellement in den Referenzrahmen ETRF89/DREF91 eingepasst ist. Der Abstand der Zwangspunkte beträgt typischerweise ca. 20 km. Zusätzlich liegen im gleichen Gebiet astronomische Nivellements mit der Zenitkamera TZK-2D vor (Hirt et al. 2010). Hirt et al. (2008) und Voigt et al. (2009) haben diese für unabhängige Geoidvalidierungen genutzt. Hirt et al. (2008) haben Genauigkeiten für das Quasigeoid von ca. 3 mm auf der Skala des Testgebietes abgeleitet. Offen blieb dabei, ob diese optimistische Genauigkeitseinschätzung mit den bei der Höhenbestimmung durch GNSS und Quasigeoidmodell erreichbaren Genauigkeiten konsistent ist.

Damit bietet sich die Möglichkeit, drei unabhängige, hochgenaue Datensätze für das Quasigeoid zusammenzuführen und für eine detaillierte gegenseitige Validierung zu verwenden: zum ersten die flächenhaft vorliegenden gravimetrischen Modelle, zum zweiten die Ergebnisse aus GNSS an den Festpunkten des Nivellementnetzes, und zum dritten die Profile des astronomischen Nivellements.

Höhenresiduen im Sinn dieses Artikels werden heute häufig verwendet, um die Qualität von Geoidmodellen zu prüfen, beispielsweise für das EGG08 (Denker 2009, Den-

ker et al. 2009), für das globale Modell EGM08 (BGI/IGeS 2009, Pavlis et al. 2012) und für Modelle aus Satellitendaten von GRACE und GOCE (Gruber et al. 2011). Diese Untersuchungen erreichen allerdings noch keine sub-cm-Konsistenz, einerseits da die globalen Geoidmodelle eine gegenüber dem GCG05 deutlich geringere Auflösung haben und andererseits wegen der Qualität der verwendeten Netze (Ihde et al. 2010). Hirt et al. (2011) erreichten in einer lokalen Untersuchung in flachem Gelände am Mittelkanal eine sehr gute Konsistenz mit Höhenresiduen im Bereich von 2 bis 3 mm. In einer Untersuchung im Hochgebirge mit deutlich schwierigeren Bedingungen für Messung und Modellierung erhielten Flury et al. (2009) Höhenresiduen bis zu 7 cm.

Wir beschreiben die Ergebnisse einer Präzisions-GNSS-Kampagne im Jahr 2011. Es wurden in sechs Nivellementfestpunkten mit hohem Mess- und Auswerteaufwand ellipsoidische Höhen bestimmt, um nach Möglichkeit sub-cm-Genauigkeiten zu erzielen. Wir berechnen und untersuchen Höhenresiduen, stellen ein Fehlerbudget auf und ziehen Schlussfolgerungen für die Qualität der Höhenbestimmung mittels GNSS-Messungen und Geoidmodell – auch im Hinblick auf die Ergebnisse aus 2003. Zur Stützung des Fehlerbudgets erfolgt ein Vergleich mit den unabhängigen Geoidvalidierungen durch astronomische Nivellements von Hirt et al. (2008) und Voigt (2009), der hier erstmals durchgeführt wird. Für eine detaillierte Dokumentation der Messungen und Analysen verweisen wir auf Hücker et al. (2012).

## 2 Messkampagne

Im Zeitraum vom 11. bis 16. Juli 2011 wurden insgesamt sechs Punkte in zwei Punktgruppen beobachtet, wobei jeder Punkt in zwei Tag- und einer Nachtssession dreimal für jeweils zwölf Stunden besetzt wurde. Da bei dieser Messkampagne auf dem höchstmöglichen Genauigkeitsniveau gearbeitet werden sollte, wurde ausschließlich aktuelles Präzisions-GNSS-Equipment der Firma *Leica Geosystems* eingesetzt: Drei Antennen vom Typ AR25.R3 mit Radom sowie ein GR10- und zwei GRX1200+ GNSS-Empfänger. Es wurden GPS- und GLONASS-Signale mit einer Datenrate von 1 Hz aufgezeichnet.

Um dem hohen Genauigkeitspotenzial dieser Ausrüstung gerecht zu werden, wurden die Antennenhöhen durch lokale Feinnivellements zu Sessionbeginn und -ende bestimmt. Dabei wurde ein von der *Projektgruppe DHHN 2006–2011* für die Erneuerungskampagne des DHHN entwickeltes und bewährtes Verfahren angewendet (AdV 2008), um die sub-mm-Genauigkeit der GNSS-Trägerphasenmessungen auf den Bodenpunkt zu übertragen. Das lokale Netz bestand jeweils aus dem GNSS-Punkt und zwei Hilfshöhenpunkten (HHP). Vor Beginn der GNSS-Beobachtungen wurden die Höhenunterschiede zwischen GNSS-Bodenpunkt und den HHP mit einem Digital-

nivellier Zeiss DiNi11 und zwei Invar-Nivellierlatten bestimmt. Während der GNSS-Sessions erfolgte dann das Messen der Höhenunterschiede zwischen den HHP und dem Antennenreferenzpunkt mit einem optischen Präzisionsnivellier Zeiss Ni1, dem Stativaufsatz FG-ANA 100B und einem Stahlmaßstab der Firma *Freiberger Präzisionsmechanik*. Nach den Vorgaben dieses Verfahrens durfte der Schleifenschlussfehler dabei nicht mehr als 0,3 mm betragen. Dieses Vorgehen ermöglichte zum einen eine Antennenhöhenbestimmung mit einer Genauigkeit im Submillimeterbereich, zum anderen konnten so die Anschlussnivelements der GNSS-Punkte an das DHHN während der GNSS-Sessions durchgeführt werden. Der zugehörige Auswertalgorithmus berücksichtigt alle lokalen Nivellements und nimmt außerdem eine Fehlerverteilung vor.

Der Höhenanschluss der GNSS-Punkte an das DHHN erfolgte durch digitale Präzisionsschleifennivellements zwischen den lokalen Höhennetzen und nahegelegenen Höhenfestpunkten des DHHN erster Ordnung. Der aus allen Schleifenschlussfehlern berechnete RMS betrug 0,6 mm.

### 3 Auswertung der Daten

#### 3.1 GNSS

Die GNSS-Auswertungen erfolgten mit der *Bernese GPS Software 5.0* (Dach et al. 2007). Neben den während der Messkampagne aufgezeichneten Daten wurden auch Beobachtungsdaten von mehreren SAPOS®-Referenzstationen verwendet. Dies ist notwendig, um das GNSS-Netz im Datum des GCG05 lagern zu können. Die entsprechenden Daten wurden uns dankenswerterweise vom LGLN und vom Landesamt für Vermessung und Geoinformation (LVerGeo) Sachsen-Anhalt zur Verfügung gestellt.

Da neben GPS- auch GLONASS-Beobachtungen ausgewertet werden sollten, wurden u. a. diverse *Final Products* des International GNSS Service (IGS, Dow et al. 2009) in die Prozessierung mit einbezogen. Hierbei war jedoch zu beachten, dass der IGS selbst nur separate Produkte für GPS und GLONASS verfügbar macht, die sich hinsichtlich Koordinatenrahmen und Zeitskala unterscheiden. Um eine konsistente Auswertung zu gewährleisten, haben wir ausschließlich Produkte des Center for Orbit Determination in Europe (CODE, Hugentobler et al. 2005) verwendet, das gemeinsame Produkte für GPS und GLONASS berechnet und zur Verfügung stellt. Des Weiteren wurden die eingesetzten Antennen mit Radom vor der Messkampagne am Institut für Erdmessung (IfE) roboterkalibriert (Böder et al. 2001, Menge 2003) und diese Kalibrationswerte in der Auswertung verwendet.

#### Auswertestrategie und Datumsfestlegung

Die Auswertung mit der *Bernese GPS Software 5.0* erfolgte in drei Sessions für jeden Punkt auf der Basis von Doppeldifferenzen. Anschließend wurde eine Multisession-Lösung berechnet. Um den Fehlereinflüssen durch troposphärische Laufzeitverzögerungen auf die GNSS-Signale, die insbesondere in gebirgigem Gelände räum-

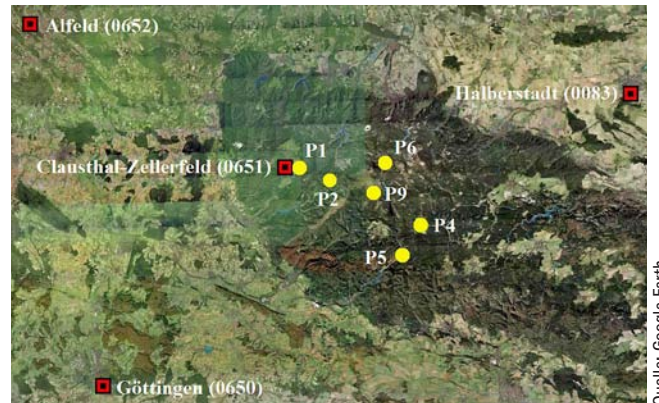


Abb. 2: Netzanlage der SAPOS®-Stationen (rot) und neuen GNSS-Punkte (gelb)

lich und zeitlich sehr variabel sein können, Rechnung zu tragen, wurde auch stündlich der feuchte Anteil des *Zenith Path Delays* (ZPD) mitgeschätzt. Der trockene Anteil wurde dabei jeweils elevationsabhängig a priori modelliert. Zur Dekorrelation von Stationshöhe und ZPD wurde eine Elevationsmaske von 3° mit elevationsabhängiger Gewichtung gewählt. Ionosphärische Fehlereinflüsse wurden nicht modelliert, da bei der Prozessierung die (quasi)ionosphärenfreie Linearkombinationen (LK) L3 der Phasenbeobachtungen auf L1 und L2 verwendet wurde. Diese LK zerstört die ganzzahlige Natur der Mehrdeutigkeiten der Trägerphasenmessungen. Daher wurden nach einer *Float*-Lösung mit reelwertigen Mehrdeutigkeiten die Stationskoordinaten festgehalten und die Mehrdeutigkeitenlösung mittels des QIF (*Quasi Ionosphere-Free*)-Verfahrens durchgeführt. Anschließend konnte eine finale *Fixed*-Lösung mit den ganzzahligen Mehrdeutigkeiten berechnet werden.

Wie bereits beschrieben, wurde das GNSS-Netz in den amtlichen ETRF89/DREF91-Koordinaten von SAPOS®-Stationen und damit im Datum des GCG05 gelagert. Nach einer Voranalyse von sieben Stationen, in der die amtlichen Koordinaten mit der Netzgeometrie der Messwoche verglichen wurden, wurden vier dieser Stationen mit in die GNSS-Auswertung einbezogen. Die endgültige Netzlagerung erfolgte dann durch eine Teilspurminimierung (*Minimum Constraint Solution*) über drei Translationen in den SAPOS®-Referenzstationen Göttingen (0650), Clausthal-Zellerfeld (0651), Alfeld (0652) und Halberstadt (0083). Die gesamte Netzanlage kann Abb. 2 entnommen werden.

Um eine Aussage über die (innere) Genauigkeit der Stationskoordinaten treffen zu können, wurden die



Tab. 1: Wiederholbarkeiten der GNSS-Auswertung in Nord (N), Ost (E) und Höhe (h)

Punkt-Nr.	N [mm]	E [mm]	h [mm]
0083	0,7	1,3	3,0
0650	0,7	1,3	3,7
0651	0,9	0,7	3,7
0652	0,7	0,8	5,3
P1	1,1	1,2	0,5
P2	1,1	3,3	2,0
P4	2,1	0,3	3,6
P5	1,2	0,8	2,2
P6	0,8	2,7	2,1
P9	0,9	0,1	1,6
RMS	1,0	1,4	3,5

Wiederholbarkeiten verwendet. Diese berechnen sich aus den Stationskoordinaten der Einzelsessions und können als Maß für die Streuung der einzelnen Sessionlösungen um die mittlere Lösung (Multisession-Lösung) interpretiert werden. Die in Tab. 1 aufgelisteten Werte weisen eine hohe innere Genauigkeit für die Stationskoordinaten auf. Für die weiteren Analysen sind hier insbesondere die Werte für die Höhenkomponente interessant, die – mit Ausnahme einer Station – alle unter 4 mm liegen.

Hierbei sei noch angemerkt, dass im gleichen Zeitraum zur beschriebenen Messkampagne direkt östlich an unser Gebiet angrenzend ein ähnliches Projekt vom IfE durchgeführt wurde (IfE 2011), allerdings mit geringerem Messaufwand. Dies betrifft u. a. die kürzere Sessiondauer von vier Stunden und die Antennenhöhenbestimmung ohne Nivellement. Die aufgezeichneten Daten wurden, mit leichten Anpassungen, analog zur zuvor beschriebenen Auswertestrategie ausgewertet. Dabei war festzustellen, dass die Wiederholbarkeiten durchweg mindestens um den Faktor zwei schlechter sind, als die in Tab. 1 aufgeführten Werte. Folglich ist ein erhöhter Messaufwand lohnenswert.

### Vergleich GPS und GPS+GLONASS

Alle während der Messkampagne eingesetzten Empfänger haben neben GPS- auch GLONASS-Signale aufgezeichnet. Dies trifft auch auf die SAPOS®-Stationen zu. Daher soll im Folgenden kurz untersucht werden, inwiefern sich die Hinzunahme von GLONASS-Daten auf die erzielten Stationskoordinaten, speziell die ellipsoidischen Höhen, auswirkt.

Zu diesem Zweck werden nach der zuvor beschriebenen Auswertestrategie zwei unterschiedliche Netzlösungen berechnet: *GPS only* verwendet ausschließlich GPS-Messungen, *GPS+GLONASS* bezieht auch GLONASS-Beobachtungen mit ein. Abb. 3 zeigt für jede der zehn Stationen

der GNSS-Auswertung die Differenz zwischen den ellipsoidischen Höhen aus *GPS+GLONASS* und *GPS only*.

Der RMS der dargestellten Differenzen beträgt 4,4 mm, der Mittelwert liegt bei 2,6 mm. Da letztgenannter Wert deutlich von 0 mm abweicht, kann nicht auf eine einfache Verkippung des Netzes, sondern auf eine gewisse Systematik geschlossen werden, die durch die zusätzlichen GLONASS-Daten verursacht wird. In den Lagekoordinaten betragen die RMS lediglich wenige Zehntel-millimeter.

Die Hinzunahme von GLONASS-Beobachtungen führt zwar zu einer erhöhten Anzahl an Beobachtungen und somit zu einer höheren Redundanz der Netzausgleichung sowie zu einer verbesserten Satellitengeometrie, was insbesondere in Beobachtungspunkten mit großen Abschattungen vorteilhaft ist. Allerdings weist die Auswertung von GLONASS-Daten noch einige Defizite gegenüber GPS auf (z. B. *inter-system* und *inter-frequency biases*).

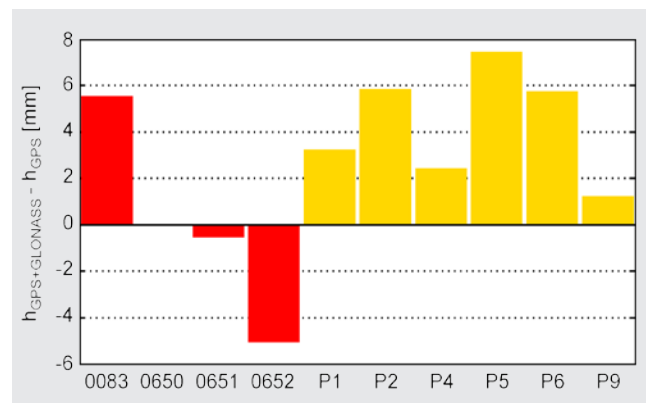


Abb. 3: Differenzen der ellipsoidischen Höhen aus reiner GPS- und kombinierter GPS+GLONASS-Netzlösung in den SAPOS®-Stationen (rot) und den neuen GNSS-Punkten (gelb)

Außerdem bietet die *Bernese GPS Software* in der verwendeten Version 5.0 keine Mehrdeutigkeitslösung für GLONASS.

Es lässt sich also keine einfache Aussage darüber treffen, welche der beiden Netzlösungen zu favorisieren bzw. als »besser« zu bezeichnen ist. In Anbetracht der Tatsache, dass seit Ende 2011 24 GLONASS-Satelliten die Erde operationell umkreisen und ein baldiges Update der *Bernese GPS Software* auf die Version 5.2, die u. a. Mehrdeutigkeitslösungen für GLONASS-Signale beinhaltet, verfügbar sein wird, bieten sich an dieser Stelle Ansätze für weitere Analysen. Im Folgenden werden die aus *GPS+GLONASS* bestimmten Stationskoordinaten verwendet.

### 3.2 Nivellement

Die zum Höhenanschluss verwendeten Höhenfestpunkte verteilen sich auf zwei Nivellementlinien des DHHN erster Ordnung. Eine der beiden Linien wurde 2003 neu nivelliert, die andere 2011 im Rahmen der Erneuerungs-

Tab. 2: Normalhöhen der GNSS-Punkte

Punkt-Nr.	$H_{\text{amtlich}}^N$ [m]	$H_{\text{frei}}^N$ [m]	Differenz [mm]
0651	605,2821	605,2887	-6,6
P1	602,7689	602,7747	-5,8
P2	573,7265	573,7289	-2,4
P4	572,4747	572,4752	-0,5
P5	399,6367	399,6374	-0,7
P6	796,5038	796,5049	-1,1
P9	772,8609	772,8606	0,3

kampagne des DHHN. Das LGLN fügte die neuen Nivellementdaten in das bestehende DHHN92 ein und bestimmte die Höhen der Höhenfestpunkte neu. So konnte in der Auswertung für einen Teil der Höhenfestpunkte auf aktualisierte Höhendaten zurückgegriffen werden.

Beim Einfügen der neuen Nivellementdaten kommt es zu Spannungen innerhalb der eingepassten Nivellementlinie. Um diese Spannungen zu vermeiden, wurden die beiden verwendeten Nivellementlinien zusätzlich gemeinsam zwangsfrei ausgeglichen. Zur Verknüpfung diente der in der Nähe von P9 liegende Knotenpunkt der beiden Linien. Eine Gegenüberstellung der Normalhöhen der GNSS-Punkte beider Ausgleichsstrategien befindet sich in Tab. 2. Wie zu erwarten, steigen die Differenzen zwischen den amtlichen und den freien Normalhöhen mit wachsendem Abstand zum Knotenpunkt an. Dies kann auf die ungünstige Fehlerfortpflanzung der freien Ausgleichung, aber auch auf Zwänge der ins DHHN92 eingehängten Höhen zurückzuführen sein. Da sich das vorliegende Quasigeoidmodell GCG05 auf die amtlichen Normalhöhen bezieht, werden diese auch nachfolgend für die weiterführenden Betrachtungen verwendet.

#### 4 Höhenresiduen

Im Folgenden untersuchen wir Höhenresiduen  $\delta$  in den GNSS-Punkten. Die Höhenresiduen ergeben sich mit

$$\delta = h - H^N - \zeta \quad (1)$$

aus den ellipsoidischen Höhen  $h$  der GNSS-Auswertung, den Normalhöhen  $H^N$  aus der Nivellementausgleichung und den Quasigeoidhöhen  $\zeta$ . Die Höhenresiduen enthalten Fehleranteile aller beteiligten Größen – bei fehlerfreien Größen würden die Residuen verschwinden. Die Bestimmung der Quasigeoidhöhen erfolgt durch eine bikubische Interpolation im GCG05, das mit einer Auflösung von  $1' \times 1,5'$  vorliegt. Bei Verwendung des Nachfolgemodells GCG2011 ändern sich die Quasigeoidhöhen in den verwendeten Punkten im Bereich von  $-0,4$  mm bis  $+1,6$  mm (Mittelwert:  $-0,8$  mm). Es ist nicht zu erwarten,

Tab. 3: Daten zur Bestimmung der Höhenresiduen

Punkt-Nr.	$h$ [m]	$H_{\text{amtlich}}^N$ [m]	$\zeta$ [m]	$\delta$ [m]
0651	650,5134	605,2821	45,2277	3,6
P1	648,0262	602,7689	45,2513	6,0
P2	619,1026	573,7265	45,3704	5,6
P4	618,0787	572,4747	45,6126	-8,1
P5	445,3296	399,6367	45,6886	4,2
P6	841,8440	796,5038	45,3483	-7,4
P9	818,3837	772,8609	45,5307	-7,9

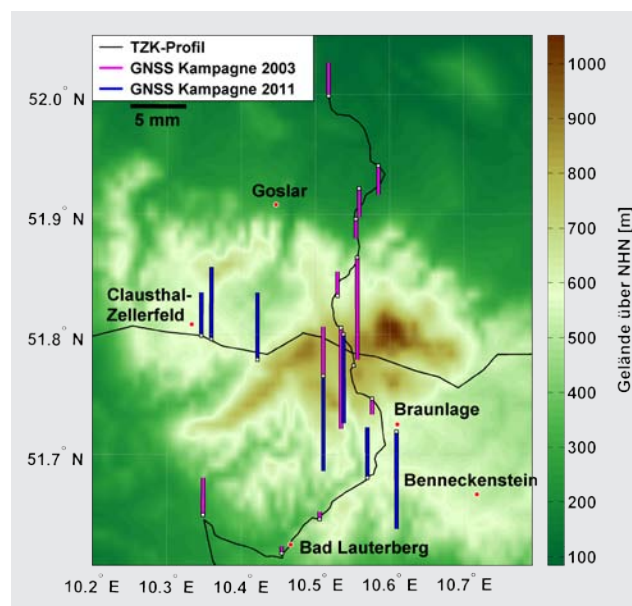


Abb. 4: Höhenresiduen bezogen auf die amtlichen Normalhöhen

dass dies die Schlussfolgerungen der vorliegenden Studie deutlich beeinflussen würde. Eine tabellarische Zusammenstellung der zur Bestimmung der Höhenresiduen notwendigen Daten sowie die resultierenden Residuen selbst befinden sich in Tab. 3.

In Abb. 4 sind die Höhenresiduen auf einem Geländemodell dargestellt. Die höchste Erhebung in dem dargestellten Ausschnitt ist der Brocken mit rund 1.140 m über NN. Neben den Residuen der hier beschriebenen Kampagne von 2011 sind die Residuen aus der Harz-Transverse 2003 des IfE und des LGLN dargestellt (Feldmann-Westendorff und Jahn 2006). Die Daten der Kampagne von 2003 weisen ähnliche Qualität hinsichtlich Beobachtungsdauer, GNSS-Equipment und Antennenhöhenbestimmung wie diejenigen von 2011 auf. Die Kombination der Daten erfolgt in diesem Beitrag auf Ergebnisebene (Residuen).

Die Höhenresiduen liegen für beide Teildatensätze (2003 und 2011) im sub-cm-Bereich. Für den Datensatz von 2011 (vgl. Tab. 3) liegt der Mittelwert bei  $-0,6$  mm und der RMS bei  $6,3$  mm; für den Datensatz von 2003 beträgt der Mittelwert  $-0,9$  mm und der RMS  $3,9$  mm.

Auch die Residuen aus beiden Jahren weisen also vergleichbare Qualität auf. Die kleinen Mittelwerte zeigen, dass in unserem Gebiet die systematische Inkonsistenz zwischen Normalhöhen, GNSS-Höhen und Quasigeoidmodell im sub-cm-Bereich liegt und z.B. keine wesentlichen Verbiegungen des Quasigeoidmodells vorhanden sind, die alle Messpunkte gleichermaßen betreffen. Die räumliche Variation der Residuen könnte weiteren Auf-

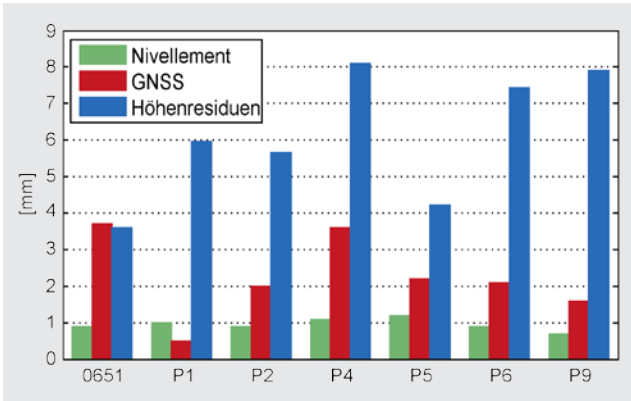


Abb. 5: Absolutwerte der Höhenresiduen und Fehleranteile der Einzelkomponenten

schluss über die verbleibenden Restfehler der Komponenten Geoid, GNSS und Nivellement geben, allerdings bei der vorhandenen Punktzahl nur sehr eingeschränkt.

Um die Größe der Höhenresiduen zu erklären, wird die für die Einzelkomponenten verfügbare Genauigkeitsinformation betrachtet. In Abb. 5 sind die Absolutwerte der Residuen für die einzelnen Messpunkte zusammen mit den GNSS-Wiederholbarkeiten und den Standardabweichungen der Normalhöhen dargestellt. Die Standardabweichung der Normalhöhen – ca. 1 mm für alle Punkte – gibt dabei lediglich die Konsistenz innerhalb der verwendeten Nivellementlinien und Standardabweichungen der Anschlussnivellements wieder. Daher ist der Fehleranteil aus dem Nivellement im Grunde für die Konsistenzuntersuchungen ein eher zu optimistisches Maß.

Zunächst fällt auf, dass die Bestimmung der Normalhöhen für alle Punkte im selben Genauigkeitsniveau von etwa 1 mm erfolgte. Die Wiederholbarkeiten der eigens durchgeführten GNSS-Beobachtungen liegen im Bereich von 0,5 bis 3,6 mm. Dies kann durch unterschiedliche lokale Gegebenheiten der Beobachtungspunkte wie Mehrwegeeffekte und Abschattungen verursacht sein.

Die GNSS-Wiederholbarkeiten und die Standardabweichungen der Normalhöhen bilden jedoch die Höhenresiduen nicht vollständig ab. Das Schließen des Fehlerbudgets für die einzelnen Punkte deutet auf Restfehler im Bereich von etwa 6 mm. Dies führte zunächst zur Hypothese, dass diese Restfehler hauptsächlich dem Quasigeoidmodell zuzurechnen wären. Die Ergebnisse aus der Hinzunahme der astrogeodätischen Quasigeoidprofile im folgenden Abschnitt führen jedoch in eine andere Richtung.

## 5 Vergleich mit TZK-Geoidprofilen

Die vorangegangenen Geoidvalidierungen von Hirt et al. (2008), Voigt et al. (2009) und Ihde et al. (2010) nutzen die mit Hilfe der TZK-2D bestimmten Quasigeoidprofile, um eine Aussage über die relative Geoidgenauigkeit des GCG05 zu treffen. Dazu werden die mittels Astronomischem Nivellement bestimmten Quasigeoidhöhen mit

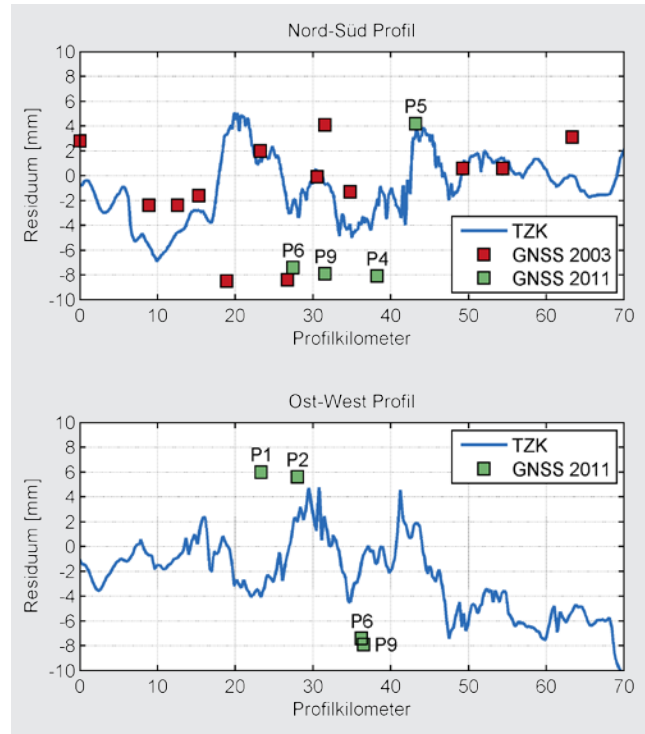


Abb. 6: Kombination von TZK- und GNSS-Residuen

denen des GCG05 verglichen, was zu den TZK-Residuen in Abb. 6 führt. Im Gegensatz zur Darstellung bei Hirt et al. (2008) wurde hier der Nullpunkt der TZK-Residuen (der aufgrund der relativen Natur der astrogeodätischen Quasigeoidhöhen nicht festgelegt ist) so verschoben, dass ihr Mittelwert mit dem der GNSS-Residuen übereinstimmt. Beim punktwisen Vergleich zwischen beiden Arten von Residuen beträgt die maximale Abweichung (im Nord-Südprofil) 11,8 mm.

Für Abb. 6 wurden die GNSS-Residuen einem Profilkilometer der TZK-Profile zugeordnet. Diese Zuordnung geschieht über die kürzeste Verbindung der GNSS-Punkte zu einem Punkt des TZK-Profiles. Bei den meisten unserer GNSS-Punkte ist dies unproblematisch, da die Entfernungen deutlich unter 100 m betragen. Über solche Entfernungen werden keine wesentlichen Änderungen der involvierten Geoidfehler erwartet. Für zwei GNSS-Punkte (P6, P9) treten allerdings Entfernungen bis zu 2,5 km auf.

Um den Einfluss der Entfernung zwischen GNSS-Punkt und Profilkilometer auf die Vergleichbarkeit der Residuen zu untersuchen, wurden die beiden Punkte, deren kürzeste Entfernung zum nächsten Profilkilometer sich auf das Nord-Süd-Profil bezieht, zusätzlich auf den nächs-

ten Profilpunkt des Ost-West-Profiles bezogen. Die Entfernungen für beide Punkte steigern sich durch den Bezug auf das Ost-West-Profil um jeweils etwa 1 km. Die Differenz der beiden zu einem GNSS-Punkt zugeordneten TZK-Residuen bewegt sich für die untersuchten Punkte im Submillimeterbereich, da die TZK-Residuen in beiden Bezugspunkten fast identisch sind. Dies zeigt, dass diese Residuen selbst für größere Entfernungen nur gering variieren und daher der Bezug auf die GNSS-Residuen für alle Punkte möglich ist.

## 6 Fehleranteile der Höhenresiduen

Im Testgebiet liegen nun drei verschiedene Arten von Höhenresiduen vor: Residuen zwischen GNSS/Niv und GCG05-Quasigeoid, Residuen zwischen GNSS/Niv und astrogeodätischem (TZK-)Quasigeoid sowie Residuen zwischen TZK- und GCG05-Quasigeoid (vgl. Tab. 4). Dies erlaubt einen Dreieckschluss, der manche der in den Höhenresiduen enthaltenen Fehlerbeiträge besser eingrenzt. Die Tab. 5 zeigt eine Auflistung von zu berücksichtigenden Fehlerbeiträgen.

Die Streuung der Residuen GNSS/Niv-TZK in nah benachbarten Punkten (innerhalb von Abständen von einigen Kilometern) grenzt die stationsabhängigen GNSS-Fehler ein, also Fehler die nicht mehrere Stationen in gleicher Weise betreffen. Die GNSS/Niv-TZK Residuen in Abb. 6 sind stationsabhängig und wachsen nicht mit dem Abstand zwischen Stationen. Die meisten Fehler des Nivellements und des astrogeodätischen Quasigeoides akkumulieren sich hingegen erst mit zunehmender Entfernung.

Daher dürfte der RMS dieser Residuen von 5,3 mm überwiegend auf stationsabhängige GNSS-Fehler zurückzuführen sein. Der Wert liegt etwas höher als die in Abschnitt 2 erhaltene GNSS-Wiederholbarkeit von 3,5 mm. Dies kann an Fehlerbeiträgen liegen, die stationsabhängig sind, aber in den verschiedenen GNSS-Sessions gleichartig wirken. Wir schließen daraus, dass bei den gegebenen Messbedingungen im Harz stationsabhängige GNSS-Höhenfehler um 5 mm zu erwarten sind. Bei wesentlich günstigeren Bedingungen entlang des Mittellandkanals haben Hirt et al. (2011) einen RMS von 2 bis 3 mm für entsprechende Residuen erreicht.

Die Residuen GNSS/Niv-GCG05 und GNSS/Niv-TZK sind etwa gleich groß. Dies deutet darauf hin, dass entweder GCG05- und TZK-Quasigeoidhöhen im untersuchten Gebiet gleich genau sind, oder die Fehler von beiden deutlich geringer als die der GNSS/Niv-Ergebnisse sind und gegenüber letzteren in den Residuen nicht ins Gewicht fallen. Für die zweite Schlussfolgerung sprechen die kleinen Residuen TZK-GCG05 mit einem RMS von 3,0 mm. Jedenfalls steigen die Höhenresiduen in

Tab. 4: Mittelwerte (Mean), RMS und Maximalwerte der drei Arten von Höhenresiduen.

Residuen	Mean [mm]	RMS [mm]	Max. [mm]
GNSS/Niv-GCG05	-0,8	4,9	8,1
TZK-GCG05	-	3,0	10,6
GNSS/Niv-TZK	-	5,3	11,8

Tab. 5: Fehlerbeiträge

Residuen	Fehlerart
GNSS/Niv-GCG05	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ GNSS (stations-/netzabhängig)</li> <li>■ Nivellement</li> <li>■ GCG05</li> </ul>
TZK-GCG05	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Astronomisches Nivellement: Messfehler Lotabweichungen, Integrationsfehler durch endlichen Stationsabstand, Geländemodellierung</li> <li>■ GCG05</li> </ul>
GNSS/Niv-TZK	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ GNSS (stations-/netzabhängig)</li> <li>■ Nivellement</li> <li>■ Astronomisches Nivellement: Messfehler Lotabweichungen, Integrationsfehler durch endlichen Stationsabstand, Geländemodellierung</li> </ul>

unserer Untersuchung an, sobald GNSS-Höhen involviert sind.

Insgesamt haben wir also durch hohen Messaufwand unter relativ schwierigen Messbedingungen GNSS-Höhen mit einer Genauigkeit von ca. 5 mm erreicht. Dieser Fehleranteil scheint die Höhenresiduen und die Konsistenz der Höhenarten in unserer Untersuchung zu dominieren. Die Fehler der Quasigeoidhöhen aus GCG05 bzw. TZK-Profilen sind innerhalb des Testgebiets offenbar noch geringer. Diese Schlussfolgerungen sind in Tab. 6 zusammengefasst.

Tab. 6: Quantifizierung der Fehlerbeiträge

Fehlerart	Getestete Größe (Residuen)	RMS
GNSS-Höhen	GNSS/Niv-TZK	~5 mm
Konsistenz GNSS-Normalhöhen-Quasigeoid	GNSS/Niv-GCG05	~5 mm
GCG05 (Relative Genauigkeit im Testgebiet, Ausdehnung: ~70 km)	GCG05-TZK	≤3 mm



## 7 Schlussfolgerungen und Ausblick

Wir haben für zwei Sätze von zehn und sechs Stationen im Harz Höhenresiduen aus GNSS-Höhen, DHHN92-Normalhöhen und dem GCG05-Quasigeoidmodell untersucht. Die Residuen weisen Mittelwerte von unter 1 mm und RMS-Werte von 3,9 mm bzw. 6,3 mm auf. Der maximale absolute Residuenwert beträgt 8,1 mm, womit die Residuen generell im sub-cm-Bereich liegen. Die Residuen enthalten Restfehleranteile aller beteiligten Komponenten und Verfahren, d.h. der nivellierten Normalhöhen, der GNSS-Positionierung und der Quasigeoidmodellierung.

Auf der Grundlage der Ergebnisse kann davon ausgegangen werden, dass man aus GNSS-Messungen und dem Quasigeoid Normalhöhen erhält, die im sub-cm-Bereich – typischerweise im Bereich von 6 mm oder besser – mit nivellierten DHHN92-Normalhöhen konsistent sind. Damit können wir die eingangs gestellte Frage, ob die mit diesem Verfahren erreichbaren Genauigkeiten mit denen des klassischen Nivellements vergleichbar sind, positiv beantworten. In der Praxis ist das auf Punkte oder Netze übertragbar, für die keine nivellierten Höhen vorliegen, beispielsweise für Ingenieurprojekte, in denen man auf ein Nivellement verzichten will. Voraussetzung ist eine hohe Qualität der GNSS-Messungen und das Einhängen in den ETRF89/DREF91-Referenzrahmen, auf den sich auch das GCG05-Quasigeoid bezieht. Wir erwarten, dass diese Ergebnisse auf weite Teile Deutschlands übertragbar sind, da die Bedingungen im gewählten Testgebiet für alle beteiligten Mess- und Modellierungsverfahren durchaus nicht überdurchschnittlich günstig sind.

In anderen Worten zeigen die Ergebnisse, dass im Testgebiet das DHHN92, der ETRF89/DREF91-Referenzrahmen und das GCG05 als im sub-cm-Bereich konsistente Komponenten eines Höhenreferenzrahmens angesehen werden können. Wir erinnern daran, dass es dabei vor allem um die Konsistenz im Raum zwischen den Zwangspunkten geht, in denen das GCG05 in den ETRF89/DREF91-Referenzrahmen eingepasst wurde.

Wir haben ein Fehlerbudget aus den gefundenen Höhenresiduen und den verfügbaren Fehlermaßen für GNSS-Höhen und Nivellement aufgestellt und darüber hinaus einen Dreieckschluss für Höhenresiduen unter Hinzunahme von genauen astrogeodätischen Quasigeoidprofilen ausgeführt. Dies führt zu dem Schluss, dass die Höhenresiduen in unserer Untersuchung von stationsabhängigen Fehlern der GNSS-Höhen von ca. 5 mm RMS dominiert werden, während die Fehleranteile des gravimetrischen Quasigeoids, der astrogeodätischen Quasigeoidprofile sowie des Nivellements geringer ausfallen. Dies passt auch zu der von Hirt et al. (2008) festgestellten Genauigkeit von 3 mm für das GCG05-Quasigeoid im Harz.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Untersuchung von Höhenresiduen in Punkten der Nivellementnetze ein aufschlussreiches Validierungsverfahren für Höhenbezugsysteme ist. Ein hoher Aufwand bei der GNSS-Messung

und Bestimmung der lokalen Verbindungen zwischen Antennen, Bodenpunkten und Höhenfestpunkten wirkt sich deutlich auf die Qualität der Ergebnisse aus. Die versuchsweise Hinzunahme von GLONASS-Messungen deutet an, dass diese Daten die Höhenbestimmung weiter verbessern könnten, wenn Fortschritte in Richtung der konsistenten Modellierung von GPS und GLONASS erreicht werden.

Wir weisen abschließend noch einmal darauf hin, dass unsere Ergebnisse hinsichtlich der sub-cm-Konsistenz der beteiligten Höhenkomponenten bei gemäßigter Topographie (Mittelgebirge) erreicht wurden. Im Hochgebirge ist mit größeren Residuen im Bereich einiger Zentimeter zu rechnen (Flury et al. 2009, Gerlach 2003). Im Flachland könnte die Konsistenz hingegen noch günstiger ausfallen. Weitere Verbesserungen der Konsistenz können einerseits durch Fortschritte in der Geoidmodellierung und andererseits mit dem Abschluss der Erneuerungsarbeiten am DHHN erwartet werden. Zu Letzterem gibt es bereits erste Untersuchungen und Ergebnisse von Feldmann-Westendorff (2013) und Voigt (2013).

### Dank

Das Autorenteam dankt Christian Hirt und Christian Voigt für die Zurverfügungstellung der astrogeodätischen Quasigeoidprofile, sowie Heiner Denker für das GCG05. Das LGLN stellte Daten der Nivellementlinien bereit und unterstützte die Autoren bei der Analyse. Peter Lembrecht vom LGLN wertete darüber hinaus die aktuellsten Nivellementdaten aus und machte diese für uns verfügbar. Die GNSS-Beobachtungsdaten der SAPOS®-Referenzstationen wurden vom LGLN und vom IVerMGeo Sachsen-Anhalt kostenlos bereitgestellt. Des Weiteren danken wir der zfv-Schriftleitung und einem anonymen Reviewer für die vielen hilfreichen Anmerkungen, die zur Verbesserung des Manuskripts beigetragen haben.

### Literatur

- Adv: Handlungsanweisung für die GNSS-Kampagne 2008, Stand 25.04.2008 (Entwurf). Internes, unveröffentlichtes Dokument, 2008.
- Adv: Tätigkeitsbericht 2011/2012. S. 11–14, URL: [www.adv-online.de/icc/extdeu/binarywriterservlet?imgUid=0f21f354-887e-8316-b1e5-02172e13d633&tuBasVariant=11111111-1111-1111-1111-111111111111](http://www.adv-online.de/icc/extdeu/binarywriterservlet?imgUid=0f21f354-887e-8316-b1e5-02172e13d633&tuBasVariant=11111111-1111-1111-1111-111111111111), letzter Zugriff 02/2013.
- BGI/IGeS (eds.): External Quality Evaluation Reports of EGM08, Newton's Bulletin No 4, International Association of Geodesy (IAG) and International Gravity Field Service (IGFS), 2009.
- Böder, V., Menge, F., Seeber, G., Wübbena, G., Schmitz, M.: How to Deal With Station Dependent Errors – New Developments of the Absolute Field Calibration of PCV and Phase-Multipath With a Precise Robot. In: Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2001), Salt Lake City, UT, September 2001, pp. 2166–2176, 2001.
- Dach, R., Hugentobler, U., Fridez, P., Meindl, M. (eds.): Bernese GPS Software Version 5.0. Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland, 2007.



- Denker, H.: The European Gravimetric Quasigeoid EGG2008. Poster, Joint Assembly, The Meeting of the Americas, Toronto, Canada, May 2009.
- Denker, H., Barriot, J.-P., Fairhead, R., Forsberg, D., Ihde, J., Kenyeres, A., Marti, U., Sarrailh, M., Tziavos, I.N.: The development of the European Gravimetric Geoid model EGG07. In: Sideris, M. (Ed.), *Observing Our Changing Earth*, IAG Symposia 133, pp. 177–186, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2009.
- Dow, J., Neilan, R., Rizos, C.: The International GNSS Service in a changing landscape of Global Navigation Satellite Systems. *Journal of Geodesy* 83 (3–4), pp. 191–198, 2009.
- Feldmann-Westendorff, U.: Von der See bis zu den Alpen: Die GNSS-Kampagne 2008 im DHHN 2006–2011. In: DVW e.V. (Hrsg.), *GNSS 2009: Systeme, Dienste, Anwendungen*, Schriftenreihe des DVW, Band 57, S. 95–111, Wißner, Augsburg, 2009.
- Feldmann-Westendorff, U., Jahn, C.-H.: GNSS-Höhenbestimmung in einem einheitlichen Raumbezug. In: DVW e.V. (Hrsg.), *GPS und Galileo – Methoden, Lösungen und neuste Entwicklungen*, Schriftenreihe des DVW, Band 49, S. 147–171, Wißner, Augsburg, 2006.
- Feldmann-Westendorff, U.: Ergebnisse der GNSS-Kampagne 2008 als Grundlage für eine genauere und effizientere satellitengestützte Höhenbestimmung. In: DVW e.V. (Hrsg.), *GNSS 2013 – Schneller. Genauer. Effizienter.*, Schriftenreihe des DVW, S. 135–148, Band 70, Wißner, Augsburg, 2013.
- Flury, J., Gerlach, C., Hirt, C., Schirmer, U.: Heights in the Bavarian Alps: Mutual validation of GPS, levelling, gravimetric and astrogeodetic quasigeoids. In: Drews, H. (Ed.), *Geodetic Reference Frames*, IAG Symposia 134, pp. 303–309, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2009.
- Gerlach, C.: Zur Höhensystemumstellung und Geoidberechnung in Bayern. Deutsche Geodätische Kommission (DGK) Reihe C, Heft Nr. 571, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München, 2003.
- Gruber, T., Visser, P.N.A.M., Ackermann, C., Hosse, M.: Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons. *Journal of Geodesy* 85(11), pp. 845–860, 2011, DOI: 10.1007/s00190-011-0486-7.
- Hirt, C., Feldmann-Westendorff, U., Denker, H., Flury, J., Jahn, C.-H., Lindau, A., Seeber, G., Voigt, C.: Hochpräzise Bestimmung eines astrogeodätischen Quasigeoidprofils im Harz für die Validierung des Quasigeoidmodells GCG05. *zfv* 133, S. 108–119, 2008.
- Hirt, C., Bürki, B., Somieski, A., Seeber, G.: Modern Determination of Vertical Deflections Using Digital Zenith Cameras. *Journal of Surveying Engineering* 136, no. 1, pp. 1–12, 2010.
- Hirt, C., Schmitz, M., Feldmann-Westendorff, U., Wübbena, G., Jahn, C.-H., Seeber, G.: Mutual validation of GNSS height measurements from high-precision geometric-astronomical levelling. *GPS Solutions* 15(2), pp. 149–159, 2011, DOI: 10.1007/s10291-010-0179-3.
- Hugentobler, U., Schaer, S., Dach, R., Meindl, M., Urschl, C.: Routine Processing of Combined Solutions for GPS and GLONASS at CODE. In: Meindl, M. (Ed.), *Celebrating a decade of the International GNSS Service, Workshop and Symposium 2004*. Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland, 2005.
- Hücker, D., Krawinkel, T., Schickschneit, C., Beermann, K.: Validierung der Konsistenz von Quasigeoid und Höhensystem durch Präzisions-GNSS an Nivellementpunkten. Technische Berichte des Instituts für Erdmessung Nr. 2, 2012, URL: [www.ife.uni-hannover.de/fileadmin/institut/pdf/technicalReports/TR2\\_HUECKER\\_et-al2012.pdf](http://www.ife.uni-hannover.de/fileadmin/institut/pdf/technicalReports/TR2_HUECKER_et-al2012.pdf), letzter Zugriff 02/2013.
- Ihde, J., Wilmes, H., Müller, J., Denker, H., Voigt, C., Hosse, M.: Validation of Satellite Gravity Field Models by Regional Terrestrial Data Sets. In: Flechtner, F., Gruber, T., Güntner, A., Mandea, M., Rothacher, M., Schöne, T., Wickert, J. (Eds.), *System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques*, pp. 277–296, Springer, Berlin/Heidelberg, 2010.
- IfE (Hrsg.): Abschlussbericht Praxisprojekt 2011 – Landesvermessung und Schwerefeld. Interner Bericht des Institut für Erdmessung, Hannover, unveröffentlicht, 2011.
- Liebsch, G., Schirmer, U., Ihde, J., Denker, H., Müller, J.: Quasigeoidbestimmung für Deutschland. In: DVW e.V. (Hrsg.), *GPS und Galileo – Methoden, Lösungen und neuste Entwicklungen*, Schriftenreihe des DVW, Band 49, S. 127–146, Wißner, Augsburg, 2006.
- Menge, F.: Zur Kalibrierung der Phasenzentrumsvariationen von GPS-Antennen für die hochpräzise Positionsbestimmung. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik an der Leibniz Universität Hannover, Nr. 247, 2003.
- Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K.: The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research* 117, B04406, 2012, DOI: 10.1029/2011JB008916.
- Voigt, C.: Astrogeodätische Lotabweichungen zur Validierung von Schwerefeldmodellen. Verteidigte, noch unveröffentlichte Dissertation, Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover, 2013.
- Voigt, C., Denker, H., Hirt, C.: Regional Astrogeodetic Validation of GPS/Levelling Data and Quasigeoid Models. In: Sideris, M. (Ed.), *Observing Our Changing Earth*, IAG Symposia 133, pp. 413–420, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2009.

#### Anschrift der Autoren

Thomas Krawinkel | Dennis Hücker | Christian Schickschneit | Kerstin Beermann | Jakob Flury | Sibylle Vey  
 Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover  
 Schneiderberg 50, 30167 Hannover  
[krawinkel@ife.uni-hannover.de](mailto:krawinkel@ife.uni-hannover.de)  
[flury@ife.uni-hannover.de](mailto:flury@ife.uni-hannover.de)

Markus Antoni  
 Geodätisches Institut, Universität Stuttgart  
 Geschwister-Scholl-Straße 24D, 70174 Stuttgart

Uwe Feldmann-Westendorff  
 Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Niedersachsen (LGLN)  
 Podbielskistraße 331, 30659 Hannover