

# Ausgleichung von Höhennetzen aus mehreren Epochen unter Berücksichtigung von Bodenbewegungen

Sebastian Halsig, Andreas Ernst und Wolf-Dieter Schuh

## Zusammenfassung

In der Landesvermessung spielt die Überwachung der Festpunktfelder im Rahmen der hoheitlichen Daseinsfürsorge eine große Rolle. Großräumige, langfristig angelegte Leitnivelements werden in engen Zeitabständen wiederholt gemessen, um Höhenänderungen zwischen den Epochen zu erfassen. Um den Messaufwand zu minimieren und gleichzeitig die Genauigkeit der Nivelementnetze zu steigern, wird hier eine Gesamtausgleichung aller Epochen bei datenadaptiver Parameterwahl vorgeschlagen. Durch Identifikation von unbewegten Punkten (»stabilen Punkten«) im Netz kann die Redundanz in der Ausgleichung gesteigert und somit die Zuverlässigkeit der Ergebnisse erhöht werden. Zur Festlegung von stabilen Punkten können a priori Kenntnisse dienen oder auch objektive statistische Verfahren herangezogen werden. Hier wird ein auf Hypothesentests basierendes Detektionsverfahren zur Identifikation von stabilen Punkten vorgestellt, das eine datenadaptive Parameterwahl für die Gesamtepochenausgleichung ermöglicht. Anhand von Echtdateien der GEOBasis NRW im Ruhrgebiet wird die Robustheit des vorgeschlagenen Verfahrens untersucht und seine Eignung auch für große Datenmengen aufgezeigt.

## Summary

*In national geodetic surveying the monitoring of reference point networks within the framework of the sovereign public services is of great importance. Large-scale and long-term levelling campaigns are measured repeatedly in short time intervals to capture height changes between the epochs. To minimize measurement costs and to simultaneously improve the accuracy of the levelling networks, we propose a joint adjustment of all epochs with data-adaptive choice of parameters. Through an identification of unmoved ("stable") points within the network, the redundancy within the adjustment can be increased, and thus the reliability of the results can be improved. Stable points may be identified either by using prior information or by means of objective statistical methods. In this article, we will present a detection procedure for identifying stable points which is based on hypothesis testing and which allows for a data-adaptive choice of parameters within the joint adjustment of the epochs. We will investigate the robustness of the proposed method by processing real data of GEOBasis NRW and demonstrate its suitability for handling large data volumes.*

**Schlüsselwörter:** Deformationsanalyse, Leitnivelement, datenadaptive Parameterwahl, Kongruenztest

## 1 Einleitung

Deformationen der Erdoberfläche sind ein nicht selten auftretendes Phänomen. Allein in Nordrhein-Westfalen sind ungefähr ein Viertel der Landesfläche von Boden- bzw. Bergsenkungen oder tektonischen Bewegungen betroffen (Boje et al. 2008). Die Ursache liegt häufig in Einflussfaktoren anthropogener Natur. Überwiegend in Bergbauregionen entstehen durch den untertägigen Abbau von Bodenschätzen Deformationen an der Erdoberfläche, die teilweise diskontinuierlicher, sprunghafter Natur sind. Dadurch treten in den Bergbaugebieten Nordrhein-Westfalens teilweise massive Änderungen in Lage, Höhe und Schwere auf. Zur regelmäßigen Kontrolle werden von der GEOBasis NRW Wiederholungsmessungen herangezogen, um Höhenänderungen zwischen den Epochen erfassen zu können. Diese sogenannten Leitnivelements werden möglichst flächendeckend und in engen Zeiträumen durchgeführt (Schuler et al. 2010).

Die Auswertung engmaschiger Linienverläufe ermöglicht eine flächenhafte Analyse von Deformationen an der Erdoberfläche. Dabei kann zwischen einer Ausgleichung der Einzelepochen und einer Gesamtausgleichung unter Verwendung des gesamten Datenmaterials differenziert werden. In beiden Fällen tritt das allgemein bekannte Problem des geringen Überbestimmungsgrades in Höhennetzen auf. Aus diesem Grund wird hier eine Gesamtausgleichung mit adaptiver Parameterwahl vorgeschlagen, bei dem Informationen über stabile Punkte zur Erhöhung der Freiheitsgrade beitragen und damit die Zuverlässigkeit der Ergebnisse verbessert wird. Die Auswahl der stabilen Punkte wird dabei direkt aus den Beobachtungsdaten abgeleitet. Man spricht daher von einer datenadaptiven Parameterwahl.

Das Ziel dieser Arbeit ist eine strenge Gesamtausgleichung aller Epochen bei datenadaptiver Parameterwahl durch die Festlegung von Punktidentitäten und somit die Bildung eines Modells mit gesteigerter Genauigkeit und Zuverlässigkeit. Um eine solche Gesamtepochenausgleichung durchführen zu können, ist die Suche nach identischen Punkten erforderlich. Punktidentitäten sind Punkte, die Mehrfachmessungen unterzogen werden und in diesen Wiederholungszeiträumen stabil und von Deformationen unbeeinflusst sind (»stabile Punkte«). Sie können auf Basis von a priori Information festgelegt oder aus statistischen Verfahren der Deformationsanalyse gewonnen werden.

Für eine deformationsanalytische Untersuchung der Bewegung von Einzelpunkten ist zu prüfen, ob vorliegende geodätische Netze unter Berücksichtigung stochastischer

Eigenschaften kongruent sind. Die resultierenden Tests, auch Kongruenztests (Niemeier 1979) genannt, können für zwei Epochen grundsätzlich in zwei Teststufen unterteilt werden. Im globalen Kongruenztest werden die vorliegenden Messepochen auf signifikante Punktverschiebungen untersucht. Dabei erfolgt i.A. eine Teilspurminimierung mit der Lagerung auf alle in mehreren Epochen wiederholt angemessenen Punkte. Anschließend werden durch eine Lokalisierung und ein sogenanntes Top-Down-Design signifikant verschobene Einzelpunkte ermittelt. Eine Realisierung kann z.B. durch die Methode der maximalen Klaffungsanteile (z.B. in Pelzer 1974 oder Dupraz et al. 1979) erfolgen.

Liegen für ein geodätisches Netz Messungen zu mehr als zwei Zeitpunkten vor, kann ein wiederholter Zwei-Epochen-Vergleich (z.B. Folgeepochenvergleich) angewandt werden oder auf die in Niemeier (1979) entwickelte strenge Kongruenzprüfung für den Mehreperiodenvergleich zurückgegriffen werden. Das hier vorgestellte Detektionsverfahren ist eine problembezogene Adaptierung dieser Strategien und dient der Aufdeckung von Einzelpunktbewegungen. Es lässt sich in zwei Auswertestufen gliedern. In einer ersten Stufe wird eine freie Ausgleichung der Einzelepochen mit eindeutiger Lagerung, d.h. mit einer Transformation dieser Epochen auf einen Punkt einer Referenzepoche, durchgeführt. Dies erhält die Netzkonfiguration und ermöglicht eine vollständige Netzanalyse. In einer zweiten Stufe wird mit einem Algorithmus unter Hinzunahme und Elimination einzelner Punkte oder Punktgruppen iterativ ein Hypothesentest durchgeführt, um Höhendifferenzen zwischen verschiedenen Epochen auf Signifikanz zu überprüfen. Das Ergebnis dieses Verfahrens sind die gefundenen identischen Punkte.

Zur Differenzierung beider Verfahren sei zunächst eine unterschiedliche Datumsfestlegung genannt. Während in der von Niemeier (1985) beschriebenen Methode eine Gesamt- bzw. Teilspurminimierung auf alle mehrfach beobachteten Punkte vorgenommen wird, verwendet das vorgestellte Detektionsverfahren eine freie Netzausgleichung mit eindeutiger Lagerung. Die Lagerungsinformation ist für jeden Detektionsdurchlauf und für eine unterschiedliche Anzahl Epochen aufgrund der Lagerung auf dem gleichen Datumspunkt immer gleichbleibend. Bei einer Teilspurminimierung würde für verschiedene Zeitintervalle eine Lagerung auf unterschiedliche Datumspunkte vorgenommen, da sich die für die Lagerung relevante Menge der wiederholt angemessenen Punkte unterscheidet. Um eine Abhängigkeit von nur einem Datumspunkt zu rechtfertigen, wird die dringend notwendige Information über die Stabilität des ausgewählten Datumspunktes durch einen speziellen Suchdurchlauf gewährleistet.

Des Weiteren wird für das Detektionsverfahren im Gegensatz zu Niemeier (1985) ein Bottom-Up-Verfahren gewählt. Aus einer konsolidierten Ausgangsbasis werden also neue Kandidaten für stabile Punkte ermittelt und getestet. Es wird dafür Sorge getragen, dass einmal getroffene Entscheidungen ständig neu überprüft werden.

Durch einen geeigneten Algorithmus werden mögliche Kandidaten nicht einzeln geprüft, sondern in Punktgruppen zusammengefasst. Dies soll eine insbesondere für flächenmäßig große Netze, wie z.B. die im Folgenden herangezogenen und im Zweijahres-Turnus durchgeführten Leitnivelements der GEOBasis NRW für das Ruhrgebiet in Nordrhein-Westfalen, rechentechnisch effiziente Gestaltung liefern.

Sind auf diese Weise stabile Punkte aus beliebig vielen Messepochen gefunden, können diese in Form von Vorinformation als Inputparameter für eine übergeordnete Gesamtausgleichung verwendet werden. Die Punktidentitäten dienen dabei insbesondere der Parameterauswahl. Durch die Gesamtepocheausgleichung unter Berücksichtigung von Punktidentitäten soll es ermöglicht werden, sowohl eine Genauigkeitssteigerung, als auch eine verbesserte Netzkontrollierbarkeit und -zuverlässigkeit im Höhennetz zu erreichen.

Das ausgeglichene Höhennetz liefert neben der Analysemöglichkeit von Bodenbewegung in der Fläche auch weitere Anwendungsgebiete. Durch die Kenntnis von Punktidentitäten könnte jedes auf diese Weise bestimmte Höhennetz wiederum in ein Netz höherer Ordnung eingehängt werden. Da für das hier vorgestellte Verfahren Echt Daten aus dem Leitnivelement »Ruhrgebiet« der GEOBasis NRW verwendet wurden, könnten, wie beispielsweise in Schuler et al. (2010) beschrieben, die in diesem Leitnivelement gemessenen Linienteile des DHHN nach einer Gesamtausgleichung in eine großräumige Ausgleichung des bundesweiten DHHN-Netzes eingehen.

Zunächst wird im Abschnitt 2 das in dieser Arbeit vorgestellte auf Hypothesentests basierende Detektionsverfahren zur Identifikation von stabilen Punkten erläutert. Dabei werden das zweistufige Ausgleichungsmodell sowie vorgeschlagene Algorithmen zur deformationsanalytischen Untersuchung vorgestellt und anhand von Ergebnissen auf Grundlage der Echt Daten des Leitnivelements der GEOBasis NRW aus dem Zeitintervall 2002–2008 bewertet. Anschließend folgt im Abschnitt 3 die Beschreibung des Ansatzes der Gesamtepocheausgleichung für mehrere Epochen sowie eine Erläuterung des Ablaufs und einer Ergebnisdiskussion für die Echt Daten des Verfahrens »Ruhrgebiet«. Abschließend folgt im Abschnitt 4 eine Schlussbemerkung und eine Aufführung weiterer Anwendungsmöglichkeiten.

## 2 Detektionsverfahren

Auf der Basis von Hypothesentests wurde ein deformationsanalytisches Verfahren entwickelt, das anhand von Beobachtungsergebnissen eines Leitnivelements der GEOBasis NRW über mehrere Epochen  $j = 1, \dots, J$  Punktidentitäten detektiert. Die zur Verfügung gestellten Daten beinhalten dabei diskontinuierliche Bodenbewegungen. Im Folgenden sei das Konzept der einzelnen Verfahrensschritte dargestellt.

## 2.1 Ausgleichung: Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen

Für die Ausgleichung wird ein zweistufiges Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen angesetzt. Das vorgestellte Verfahren führt dazu in einer ersten Stufe eine freie Ausgleichung der Einzelepochen mit eindeutiger Lagerung durch, um die Netzkonfiguration zu erhalten. In der zweiten Ausgleichungsstufe erfolgt anschließend eine Rückführung des Gauß-Markov-Modells auf eine Ausgleichung nach Bedingungen.

### 1. Stufe: Einzelepochenausgleichung

Das angesetzte Modell sei als einfaches Gauß-Markov-Modell (Koch 1997: S. 166) definiert:

$$\Delta \ell + \mathbf{v} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}, \quad \Sigma \{ \mathcal{L} \} = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}. \quad (1)$$

Darin enthalten sind der verkürzte Beobachtungsvektor  $\Delta \ell$  mit der dazugehörigen Kovarianzmatrix  $\Sigma \{ \mathcal{L} \}$  sowie die Verbesserung  $\mathbf{v}$  und der Parametervektor  $\Delta \mathbf{x}$  mit den Zuschlägen zu gegebenen Näherungswerten  $\mathbf{x}^{(0)}$ . Der funktionale Zusammenhang in der Designmatrix  $\mathbf{A}$  lässt sich für den Höhenunterschied  $\Delta h_{ik}$  zwischen zwei Punkten  $i$  und  $k$  einfach formulieren durch

$$\Delta h_{ik} = H_k - H_i = H_k^{(0)} + \Delta H_k - (H_i^{(0)} + \Delta H_i), \quad (2)$$

wobei die Höhe  $H_i$  des Punktes  $i$  wieder durch einen gegebenen Näherungswert  $H_i^{(0)}$  und einen Zuschlag  $\Delta H_i$  mit  $H_i = H_i^{(0)} + \Delta H_i$  definiert ist. Um neben der Netzkonfiguration auch Informationen der Punkthöhen in einem globalen Referenzrahmen zu erhalten, muss an dieser Stelle eine Datumsfestlegung erfolgen. Die Lagerungsproblematik im vorliegenden Höhennetz wird durch eine freie Ausgleichung mit eindeutiger Lagerung gelöst. Die Lösung des Rangdefekts erfolgt dann durch Anbringung von Bedingungen,

$$\mathbf{B}^T \Delta \mathbf{x} = \mathbf{b}. \quad (3)$$

Diese enthalten die Anforderung, dass die Parameterzuschläge des Datumspunktes in jeder Epoche zu Null gesetzt werden, bzw. die äquivalente Forderung

$$\Delta \mathbf{x}_{datum}^1 = 0 \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{x}_{datum}^{j+1} - \Delta \mathbf{x}_{datum}^j = 0 \quad (5)$$

für alle  $j = 1, \dots, J-1$ . Die einzelnen Epochen werden nun gemeinsam ausgeglichen. Dazu gilt das Normalgleichungssystem mit der Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N}$ , dem Normalgliedvektor  $\mathbf{n}$  und dem Vektor der Parameterzuschläge  $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$  in erster Stufe:

$$\mathbf{N} \widehat{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{n} \quad (6)$$

oder explizit formuliert

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \Sigma_{11}^{-1} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_1 \\ 0 & \mathbf{A}_2^T \Sigma_{22}^{-1} \mathbf{A}_2 & 0 & 0 & \mathbf{B}_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_J^T \Sigma_{JJ}^{-1} \mathbf{A}_J & \mathbf{B}_J \\ \mathbf{B}_1^T & \mathbf{B}_2^T & \dots & \mathbf{B}_J^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\Delta \mathbf{x}}_1 \\ \widehat{\Delta \mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\Delta \mathbf{x}}_J \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \Sigma_{11}^{-1} \Delta \ell_1 \\ \mathbf{A}_2^T \Sigma_{22}^{-1} \Delta \ell_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_J^T \Sigma_{JJ}^{-1} \Delta \ell_J \\ \bar{\mathbf{b}} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

wobei  $\mathbf{A}_j$ ,  $\Delta \mathbf{x}_j$  und  $\Delta \ell_j$  die Designmatrix, den Parametervektor und den verkürzten Beobachtungsvektor der Epoche  $j$  bezeichnen und  $\Sigma_{ii}$  die entsprechende Kovarianzinformation beschreibt. Die Matrizen  $\mathbf{B}_j^T$  enthalten die Lagerungsinformationen und  $\mathbf{k}$  gibt den Korrelatenvektor an. Nach der Lösung dieses Normalgleichungssystems ergeben sich dann unter Berücksichtigung gegebener Näherungswerte  $\mathbf{x}^{(0)}$  aus einer Referenzeпоche die ausgeglichenen Parameter  $\hat{\mathbf{x}}$  zu

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(0)} + \widehat{\Delta \mathbf{x}}. \quad (8)$$

Anschließend kann der Verbesserungsvektor  $\mathbf{v}$  sowie der Varianzfaktor der ersten Stufe  $s_1^2$  berechnet werden:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} - \ell, \quad (9)$$

$$s_1^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - m + b}. \quad (10)$$

Darin sei  $n$  die Anzahl der Beobachtungen,  $m$  die Anzahl der Parameter und  $b$  die Anzahl der Datumsrestriktionen sowie  $\mathbf{P}$  die Gewichtsmatrix als Inverse der Kovarianzmatrix der Beobachtungen.

### 2. Stufe: Rückführung auf eine Ausgleichung nach Bedingungen

Da mit diesem Verfahren Punktidetitäten gefunden werden sollen, wird die Anforderung gestellt, dass sich die zu schätzenden Parameter nicht verändern sollen. Dies geschieht in Form von Restriktionen, also Bedingungen an die Parameter, die von diesen streng erfüllt werden müssen. Diese werden anschließend auf der Basis von Hypothesentests wiederum überprüft. Das zugehörige Modell zu (1) lautet dann

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{x} = \Delta \ell + \mathbf{v} \quad (11)$$

$$\mathbf{C}^T \Delta \mathbf{x} = \mathbf{c} \quad (12)$$

mit der Minimierungsaufgabe

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \dots \text{Minimum}. \quad (13)$$

In der Matrix  $\mathbf{C}$  und dem Vektor  $\mathbf{c}$  werden die Restriktionsgleichungen festgelegt, d.h. es wird die Annahme getroffen, dass sich die untersuchten Punkte nicht bewegt haben.

Des Weiteren erfolgt in dargelegter Matrix-Vektor-Darstellung zur Lagerung eine als weitere Restriktion formulierte Auftransformation auf alle Punkte, die für den Hypothesentest als identisch angenommen sind. Diese Datumsfestlegung ist äquivalent zu der Aussage, dass der Mittelwert aller als identisch angenommenen Punkte festgesetzt wird und die Referenzeпоche auf das Mittel der anderen Epochen gelagert wird.

Es wird nun eine Ausgleichung nach Bedingungen bzgl. der Restriktionen vorgeschlagen, bei dem die ausgeglichenen Parameterzuschläge  $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$  der ersten Stufe und deren Varianzen/Kovarianzen  $\Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\}$  als Beobachtungen der zweiten Stufe eingehen. Zunächst werden die Zuschläge  $\mathbf{r}$  der zweiten Stufe

$$\mathbf{r} = -\Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\} \mathbf{C} \left( \mathbf{C}^T \Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\} \mathbf{C} \right)^{-1} (\mathbf{C}^T \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{c}) \quad (14)$$

berechnet. Die endgültigen Parameter lassen sich wiederum analog zur ersten Stufe ableiten

$$\widetilde{\Delta \mathbf{x}} = \widehat{\Delta \mathbf{x}} + \mathbf{r} . \quad (15)$$

Der Varianzfaktor der zweiten Stufe  $s_2^2$  ergibt sich dann aus

$$s_2^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\mathbf{r}^T \Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\}^{-1} \mathbf{r}}{p} , \quad (16)$$

wobei  $p$  die Anzahl der verwendeten Restriktionsgleichungen ist.

## 2.2 Hypothesentest

Erst in der zweiten Auswertestufe beginnt auf Basis eines Hypothesentests die eigentliche deformationsanalytische Untersuchung. Das Ziel ist die Ausgabe von unbewegten Punkten. Dazu wird in der Nullhypothese  $H_0$  die Bedingung angenommen, dass sich ausgewählte Punkte nicht signifikant bewegt haben:

$$H_0 : \mathbf{C}^T \Delta \mathbf{x} = \mathbf{c}, \quad H_A : \mathbf{C}^T \Delta \mathbf{x} \neq \mathbf{c} . \quad (17)$$

Die Alternativhypothese  $H_A$  bringt entsprechend umgekehrt eine Bewegung der ausgewählten Punkte zum Ausdruck. Die Testgröße  $\mathcal{T}$  berechnet sich aus dem Quotient der empirischen Varianzfaktoren beider Stufen und unterliegt der Fisher-Verteilung mit entsprechend vorliegenden Freiheitsgraden (Niemeier 2008, Kap. 5.4):

$$\mathcal{T} = \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim \mathcal{F}_{p, n-m+b} . \quad (18)$$

Getestet wird die Realisierung  $t$  der Testgröße  $\mathcal{T}$  gegen das Quantil der Fisher-Verteilung nach Festlegung eines Wahrscheinlichkeitsniveaus  $1 - \alpha$ :

$$t > k_{1-\alpha}^{\mathcal{F}_{p, n-m+b}} . \quad (19)$$

Liegt der empirische Wert der Testgröße unterhalb dem des Quantils, so kann die Nullhypothese  $H_0$  nicht widerlegt werden. Andernfalls wird sie verworfen und die Alternativhypothese  $H_A$  wird angenommen.

An dieser Stelle sei auf eine Abhängigkeit des Detektionsverfahrens von der Wahl des Signifikanzniveaus hingewiesen. Dessen Ergebnisse zeigen unabhängig von der Anzahl der verwendeten Epochen für  $1 - \alpha = 99\%$  einen Anstieg der gefundenen Punktidentitäten im Vergleich zum standardmäßig im Programm festgelegten Signifikanzniveau  $1 - \alpha = 95\%$ . Diese Tatsache lässt sich mit nachfolgender allgemeiner theoretischer Überlegung begründen. Nach der Wahrscheinlichkeitsbeziehung

$$P(t > \mathcal{F}_{f_2, f_1, 1-\alpha} | H_0) = \alpha \quad (20)$$

gilt, dass die maximal zulässige Wahrscheinlichkeit für irrtümliches Ablehnen einer eigentlich richtigen Nullhypothese der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha\%$  entspricht (Fehler 1. Art). Anders formuliert gibt die Wahrscheinlichkeit  $1 - \alpha$  Auskunft über die Richtigkeit der Testaussage bei Gültigkeit der Nullhypothese. Durch eine Wahl von  $1 - \alpha = 99\%$  wird der Annahmehereich zwangsläufig vergrößert. Dadurch wächst die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Es wird genau dann von einem Fehler 2. Art gesprochen, wenn die Nullhypothese angenommen wird, obwohl sie falsch ist (Niemeier 2008, Kap. 3.4). Eine Evaluierung der Ergebnisse des Detektionsverfahrens bezüglich eines idealen Signifikanzniveaus ist noch durchzuführen.

## 2.3 Algorithmen zur deformationsanalytischen Untersuchung

Das Ergebnis des bisher vorgestellten Verfahrens lässt zunächst nur eine Aussage darüber zu, ob das Höhennetz in seiner Gesamtheit konsistent ist und somit die gewählte Parameterisierung konform zu den Messungen ist. Da sich die zu untersuchenden Nivellementnetze aber über mehrere hunderte Kilometer erstrecken, ist ein automatisiertes Verfahren zu entwickeln, um eine geeignete Parameterauswahl in Kombination mit dem vorgestellten Hypothesentest herzuleiten. In zahlreichen numerischen Simulationen (Halsig 2010, Kap. 5.3) hat sich gezeigt, dass ein gezieltes Hinzufügen von Bedingungen über Punktstabilitäten (bottom-up-Ansatz) und somit der Weg von wenigen zu mehr Bedingungen einem Ansatz vorzuziehen ist, bei dem sukzessive Bedingungen ausgedünnt werden (top-down-Ansatz). Zahlreiche kleine Netze wurden nun mit dem bottom-up-Ansatz überprüft, wobei die Reihenfolge der aufzunehmenden Bedingungen in allen möglichen Kombinationen variiert wurde und unterschiedliche Startpunkte verwendet wurden. Durch den Hypothesentest wurde die jeweils aktuelle Konfiguration überprüft und somit über die letzte Bedingung einzeln entschieden. Dabei zeigte sich in allen Simulationen,



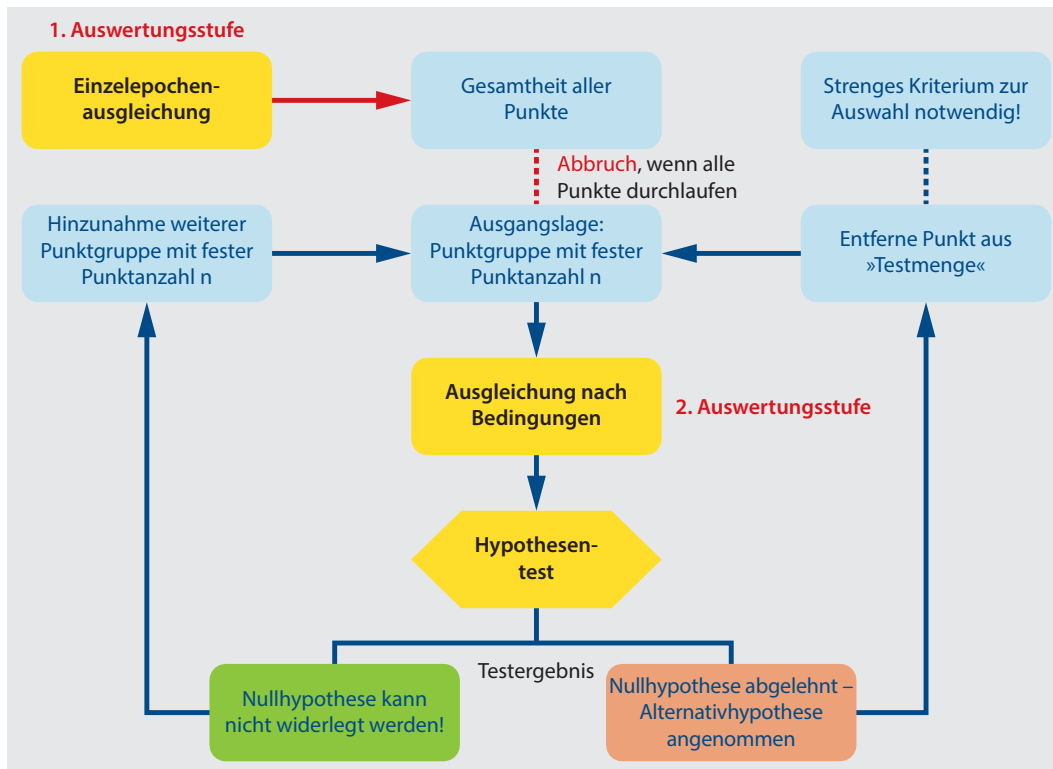


Abb. 1: Algorithmus zur Punktauswahl im Detektionsverfahren

dass sich mit diesem Verfahren zuverlässig immer die gleiche Parameterisierung einstellt, sofern nicht ein bewegter Punkt als Startpunkt herangezogen wird. Das Verfahren erwies sich jedoch als unabhängig von der Wahl des speziellen Startpunktes, wenn ein stabiler Punkt als Startpunkt verwendet wurde. In der Praxis sollte somit entweder über Vorinformationen ein stabiler Punkt als Startpunkt festgelegt werden oder nach mehreren Simulationen ein Punkt gewählt werden, der immer als stabiler Punkt klassifiziert wurde. Diese Berechnungen in allen Kombinationen sind aber speziell für umfangreichere Netze sehr rechenintensiv. Aus numerischen Simulationen wurde daher der in Abb. 1 schematisch dargestellte Algorithmus abgeleitet, der mit weit weniger Rechenaufwand zum selben Ziel führt.

Ausgehend von einem Startpunkt werden sukzessive Punktgruppen mit festgelegter Punktzahl  $d$  zur Punktmenge der identischen Punkte hinzugefügt und die Konsistenz des Systems durch den Hypothesentest (Kap. 2.2) überprüft. Solange die Nullhypothese nicht widerlegt werden kann, werden jeweils weitere Punktgruppen mit  $d$  Punkten hinzugenommen und ein erneuter Test durchgeführt. Sobald die Nullhypothese abgelehnt wird, werden einzelne zuvor als identisch angenommenen Punkte wieder entfernt. Dabei werden zunächst jene Restriktionen sukzessive entfernt, bei denen der Absolutbetrag der Verbesserung in zweiter Stufe  $r_i$  maximal ist.

Dieser Vorgang wird solange fortgesetzt, bis die Nullhypothese nicht mehr widerlegt wird. Der Algorithmus bricht ab, sobald alle Punkte durchlaufen worden sind. Die Punktmenge, deren Nullhypothese nach dem Durchlaufen aller Punkte nicht widerlegt werden kann, beinhaltet die identischen Punkte.

Wie bei jeder Entscheidung im Rahmen von Hypothesentests müssen dabei Fehler 1. und 2. Art in Kauf genommen werden und die Testaussagen müssen daher immer kritisch hinterfragt werden. Des Weiteren ist kritisch zu hinterfragen, wieweit der Testausgang durch spezielle Vorannahmen z.B. der Netzlagerung beeinflusst wird. Dieser Einfluss wird durch die vorgeschlagenen iterative Hinzunahme und Entfernung von Testkandidaten minimiert, was umfangreiche Simulationen auch belegen. Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, dass der hier vorgeschlagene Hypothesentest direkt auf die Messwerte aufbaut. Zunächst ist festzustellen, dass die geschätzte Vergleichsvarianz  $s_1^2$  (10) ausschließlich aus netzinternen Größen ermittelt wird, die somit unabhängig von der Lagerung des Netzes sind. Der durch die festgelegten identischen Punkte hervorgerufene Zwang auf die Messungen wird durch den Varianzfaktor der zweiten Stufe  $s_2^2$  (16) dokumentiert. Die durch den Hypothesentest überprüfte Parameterwahl wird somit direkt aus den Messungen bzw. deren Verformungen abgeleitet.

## 2.4 Ergebnisse des Detektionsverfahrens

Mit dem vorgestellten Detektionsverfahren sollen nun die im Zweijahres-Turnus durchgeführten Leitnivellements der GEOBasis NRW im Ruhrgebiet analysiert werden. Untersucht werden im Folgenden aus vier Epochen entnommene Datensätze der Jahre 2002, 2004, 2006 und 2008.

Das Detektionsverfahren wird zunächst auf die Messergebnisse über das gesamte vorliegende Zeitintervall von sechs Jahren (2002 bis 2008) angewandt. Als Datumspunkt wird der Punkt 4508900382 bei Essen-Stoppenberg im

südlichen Teil des Ruhrgebietes verwendet sowie ein Signifikanzniveau von  $1 - \alpha = 95\%$  festgelegt. Das Ergebnis des beschriebenen Szenarios ist in Abb. 2 dargestellt. Darin sind alle Punkte, die in jeder Epoche beobachtet wurden, blau abgebildet. Diese sind zu unterscheiden von den stabilen Punkten in grüner Darstellungsform. In der Landesvermessung werden Punkte als stabil bezeichnet, wenn keine zeitlichen Änderungen beobachtbar sind und somit ein Parameter für mehrere Epochen verwendet werden kann (= identischer Punkt). Daneben sind die Parameterzuschläge zu der gewählten Referenzeпоche in Form von roten Fehlerbalken eingezeichnet. Von den insgesamt 1.060 Punkten, die in allen Epochen beobachtet wurden und damit zur Prüfung auf Identität herangezogen werden können, konnten 238 identische Punkte ausfindig gemacht werden.

Um anschließend eine Auskunft darüber zu erhalten, wann sich die nicht-stabilen Punkte bewegt haben, wird im Folgenden das betrachtete Zeitintervall der Beobachtungen verkleinert. Dies sei explizit für die drei aktuellsten Nivellementergebnisse der Jahre 2004 bis 2008 in Abb. 3 visualisiert. Es werden bei einem Signifikanzniveau  $1 - \alpha = 95\%$  von 1.205 gemeinsamen Punkten in allen Epochen 532 identische Punkte gefunden. Dies lässt im Vergleich zur Betrachtung des vollständigen Zeitintervalls auf eine Deformation in bestimmten Gebieten zwischen den Jahren 2002 und 2004 schließen. Durch weiterführende Untersuchungen, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll, konnte diese Annahme bestätigt werden (Halsig 2010, Kap. 6.2).

Unabhängig von Vorkenntnissen über unbewegte Regionen wird aus dem Leitnivellement der GEOBasis NRW im Ruhrgebiet, also basierend auf strengen statistischen Tests, eine Unterscheidung von stabilen und bewegten Punkten ermöglicht, sodass besonders kritische Gebiete sofort erkannt werden können. Zusätzlich ermöglicht das

Detektionsverfahren eine bedingte Aussage darüber, in welchem Zeitintervall die Deformation tatsächlich stattgefunden hat. Die Entscheidung basiert dabei auf analytischen Untersuchungen einzelner kürzerer Zeitintervalle im Vergleich zum gesamten Betrachtungszeitraum.

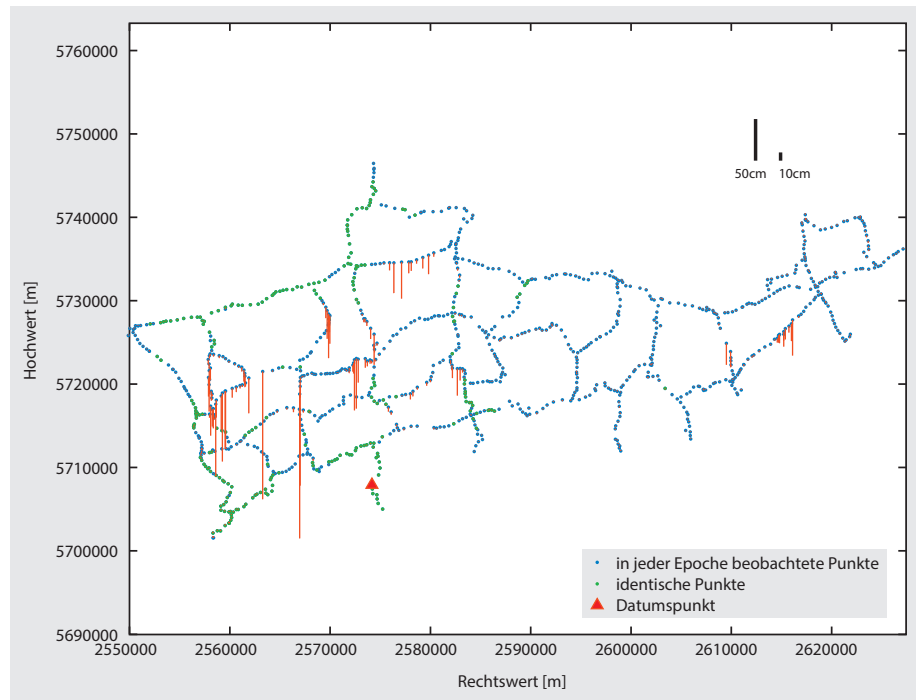


Abb. 2: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation; Epochen: 2002–2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau:  $1 - \alpha = 95\%$ , Anzahl identischer Punkte: 238

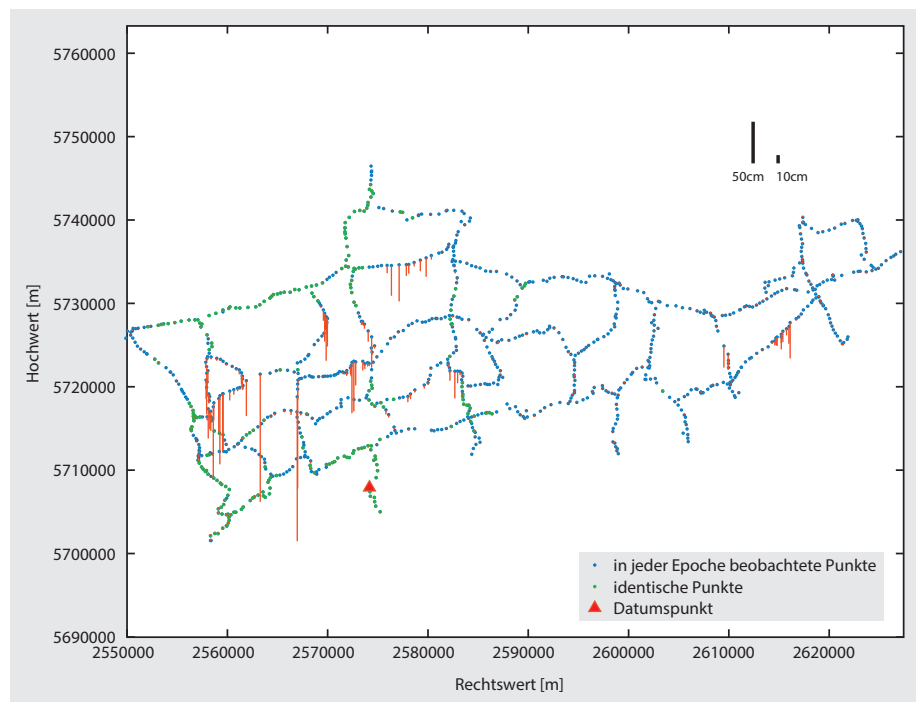


Abb. 3: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation, Epochen: 2004–2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau:  $1 - \alpha = 95\%$ , Anzahl identischer Punkte: 532

### 3 Gesamtepochenausgleichung

Die gewonnenen Ergebnisse in Form einer Punktidentitätsaussage erlauben die Realisierung des bestmöglichen Festpunktnetzes über alle Punkte und unter Verwendung aller Epochen. Die Umsetzung dessen erfolgt in einer Gesamtepochenausgleichung, bei der die Punktidentitäten in Form von Vorinformation als Inputparameter dienen. Bei diesem Ansatz besteht das Ziel darin, die allgemein bekannte geringe Anzahl an Überbestimmungen in Höhennetzen zu verbessern. Zur Realisierung wird die Idee verwendet, für bewegte und stabile Punkte eine unterschiedliche Anzahl von Parametern in der Ausgleichung zu schätzen, nämlich genau einen Parameter für einen sich im gesamten Betrachtungsraum nicht signifikant bewegten Punkt sowie für bewegte Punkte jeweils einen zeitabhängigen Parameter für jede Epoche, in der sich ein Punkt bewegt hat. Durch die Reduktion der Parameteranzahl soll sich im Vergleich zur Einzelepochenausgleichung als logische Konsequenz die Anzahl der Freiheitsgrade erhöhen. Auch die Möglichkeit einer Punktidentität für ein bestimmtes Zeitintervall ist denkbar, d. h. ein Punkt ist beispielsweise zwischen 2002 und 2004 stabil und unterliegt anschließend einer Deformation. Für die Parametrisierung erhält ein solcher Punkt für den stabilen Bereich analog einen Parameter und für jede folgende Epoche einen weiteren Parameter, sofern jeweils von einer Bewegung auszugehen ist. Die entsprechende Information über die Stabilität in bestimmten Intervallen wird durch eine erneute Anwendung des Detektionsverfahrens auf jede Epochenkombination gewonnen. Auf diese Weise werden für jede dieser Kombinationen Listen mit stabilen Punkten in die Gesamtepochenausgleichung gegeben. Gleichzeitig wird damit der Problemstellung Abhilfe geschaffen, die sich durch die unterschiedliche Gebietsaus-

dehnung der einzelnen Epochen ergibt, da eine Prüfung auf Identität zwischen den Epochen nur für wiederholt angemessene Punkte möglich ist, aber das Detektionsverfahren zwischen einzelnen Epochen ohnehin Anwendung findet.

Um die gegebene Information sinnvoll zu verwalten und weiter zu verarbeiten, werden sogenannte Stabilitätsgruppen angelegt, die Punktidentitäten in Abhängigkeit ihrer Epochenanzahl und Aktualität vom »Großen ins Kleine« sortieren. Auf diese Weise sei die erste Gruppe die Menge aller stabilen Punkte im gesamten Betrachtungszeitraum und die folgenden Gruppen die Menge der stabilen Punkte für begrenzte Zeitintervalle, sofern diese Punkte nicht in der Menge einer vorherigen Gruppe bereits enthalten sind. Liegen also für das Ruhrgebiet Datensätze von 2002 bis 2008 vor, würde sich die erste Gruppe aus der Menge der Punktidentitäten in genau diesem Betrachtungszeitraum ergeben. Die nachfolgenden Gruppen 2 und 3 würden der Menge der stabilen Punkte in einem Zeitraum von drei Epochen (also z. B. 2004–2008 und 2002–2006) entsprechen. In den Gruppen 4 bis 6 würde jeweils ein Folgeepochenvergleich (06–08, 04–06, 02–04) analysiert, bevor die letzte Gruppe die Punktkennzeichen der stets bewegten Punkte sowie der nur in einer Epoche beobachteten Punkte enthalten würde. Es ist durchaus denkbar, dass ein Punkt in einem längeren Zeitintervall mehrfach stabil ist und nur an einigen Bruchstellen eine Bewegung erfährt. Dabei könnte ein ausgewählter Punkt im Beispiel zwischen 2002 und 2004 stabil sein, anschließend zwischen 2004 und 2006 einer Deformation unterliegen, bevor im nachfolgenden Intervall 2006–2008 erneut keine Bewegung nachgewiesen werden kann. Für einen solchen Punkt würde in der Ausgleichung für jede Kombination an Stabilität ein Parameter (ein Parameter für 2002 und 2004 und ein weiterer Parameter für 2004

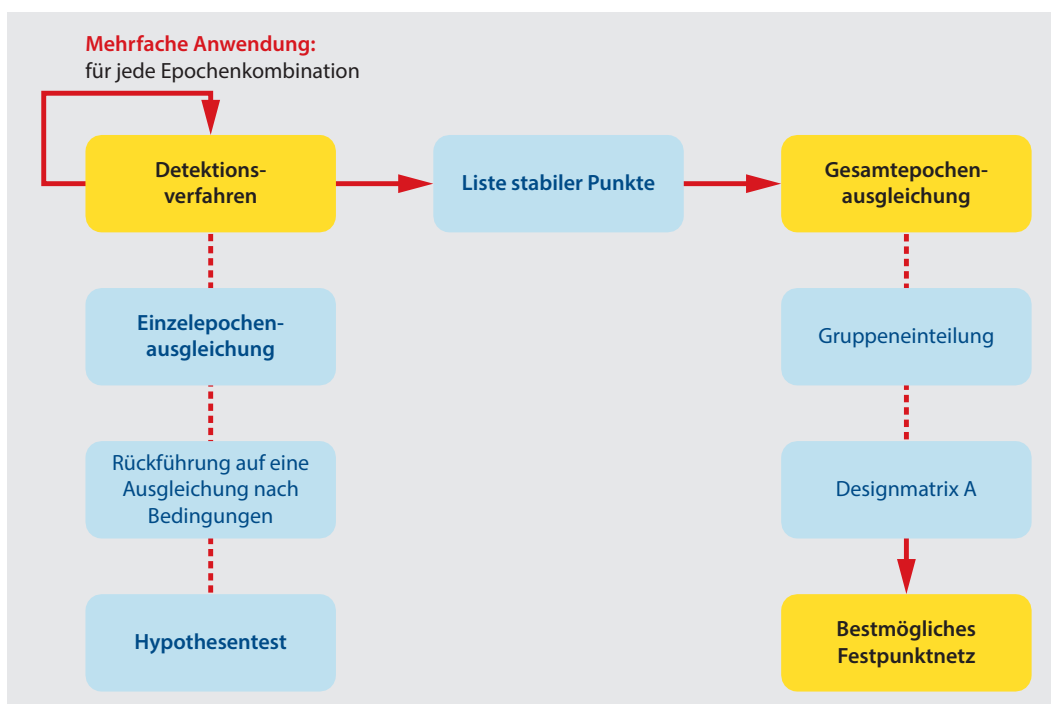


Abb. 4: Ablauf der Gesamtepochenausgleichung unter Verwendung der Punktidentitäten

und 2006) angesetzt. Diese Sonderfälle werden gesondert betrachtet.

Die Gruppenzuordnung führt zu einer Festlegung der Parameter und kann im Folgenden dazu verwendet werden, die Designmatrix  $A$  aufzustellen. Die angesetzten Parameter entsprechen dabei genau der Reihenfolge der Punktnummern, die sich ergeben würde, wenn alle Gruppen nacheinander aneinandergereiht würden und gehören je nach Stabilitätsinformation zu einem oder mehreren Punkten. Anschließend kann die Gesamtepochenausgleichung, formuliert als allgemeines Gauß-Markov-Modell (Koch 1997: S. 166), durchgeführt werden. Dazu wird das Normalgleichungssystem aufgestellt und gelöst, sodass die absoluten Punkthöhen als Parameter resultieren. Der gesamte Ablauf der Gesamtepochenausgleichung unter Verwendung der Punktidentitäten ist in Abb. 4 schematisch dargestellt.

### Ergebnisdiskussion

Durch Hinzunahme der identischen Punkte kann eine datenadaptive Parameterwahl über alle Epochen realisiert werden. Als Beurteilungskriterien werden im Folgenden die Redundanz, die Netzkontrollierbarkeit sowie die Genauigkeit für Beobachtungen und Parameter analysiert. Wird die Redundanz für eine Ausgleichung ohne die Anwendung des Detektionsverfahrens verwendet, resultiert für die Freiheitsgrade  $f$

$$f = n - m = 5407 - 5292 = 115, \quad (21)$$

worin  $n$  die Anzahl der Beobachtungen und  $m$  die Anzahl der Parameter repräsentiert, während sich die Parameteranzahl durch die Punktidentitäten auf 3.577 reduziert und die Freiheitsgrade im Umkehrschluss auf

$$f = n - m = 5407 - 3577 = 1830 \quad (22)$$

ansteigen. Dies hat eine Verbesserung um den Faktor 16 zur Folge. Auch die Analyse der Redundanzanteile zur Beurteilung der Netzkontrollierbarkeit lässt eine Verbesserung zum Vorteil der Punktidentitäten erkennen. Während Beobachtungen, bei denen als Start- und Endpunkt jeweils stabile Punkte vorliegen, immer einen Redundanzanteil größer 0,7 aufweisen, fällt dieser bei in jeder Epoche bewegten Punkten auf einen Wert in der Größenordnung kleiner 0,1 ab. Andere Fälle, bei denen ein stabiler und ein fester

Punkt auftreten, bzw. nur zeitweise stabile Punkte, pendeln sich mit auftretenden Regelmäßigkeiten dazwischen ein. Die datenadaptive Parameterwahl in Abhängigkeit der Identitätsinformation hat auch eine Auswirkung auf die Redundanz der einzelnen Beobachtungszüge. In Abb. 5 sind beispielhaft die Redundanzanteile für die Beobachtungen eines Nivellementzugs aus dem westlichen Gebiet des Leitnivelements »Ruhrgebiet« für das Zeitintervall 2002–2008 dargestellt. Darin sind die Redundanzanteile der Beobachtungen aus einer Ausgleichung einer Einzelepoch (2006) in schwarz und die der Gesamtepochenausgleichung (2002–2008) in blau visualisiert. Enthält eine Beobachtung jeweils einen stabilen und einen bewegten Start- oder Endpunkt bzw. zwei stabile Punkte, werden diese in cyan bzw. grün gekennzeichnet. In diesem Fall sind die Redundanzanteile allgemein wesentlich höher als die einer Einzelepochenausgleichung oder im Fall bewegter Punkte.

Eine ähnliche Erkenntnis liefern die Standardabweichungen dieser Beobachtungen. So weisen Beobachtungen aus ausschließlich stabilen bzw. zeitweise stabilen Punkten Standardabweichungen im Bereich von  $\pm 0,8$  mm auf, während eine Bewegung in einem oder sogar beiden Punkten die Standardabweichungen in eine Größenordnung von bis zu 2 mm steigen lässt. Die angestrebte Genauigkeit für amtliche Nivellementfestpunkte im Bereich von wenigen Millimetern (Riecken et al. 2011, Boje et al. 2008) bleibt damit gewährleistet. Die Genauigkeitsuntersuchung für die Parameter weist zwar auch eine Unterscheidung der bewegten bzw. stabilen Punkte auf, jedoch nicht in dem Maße, in dem es für die Beobachtungen der Fall ist. Eine mögliche Erklärung liegt darin, dass es sich bei den Parametern bereits um absolute Punkthöhen

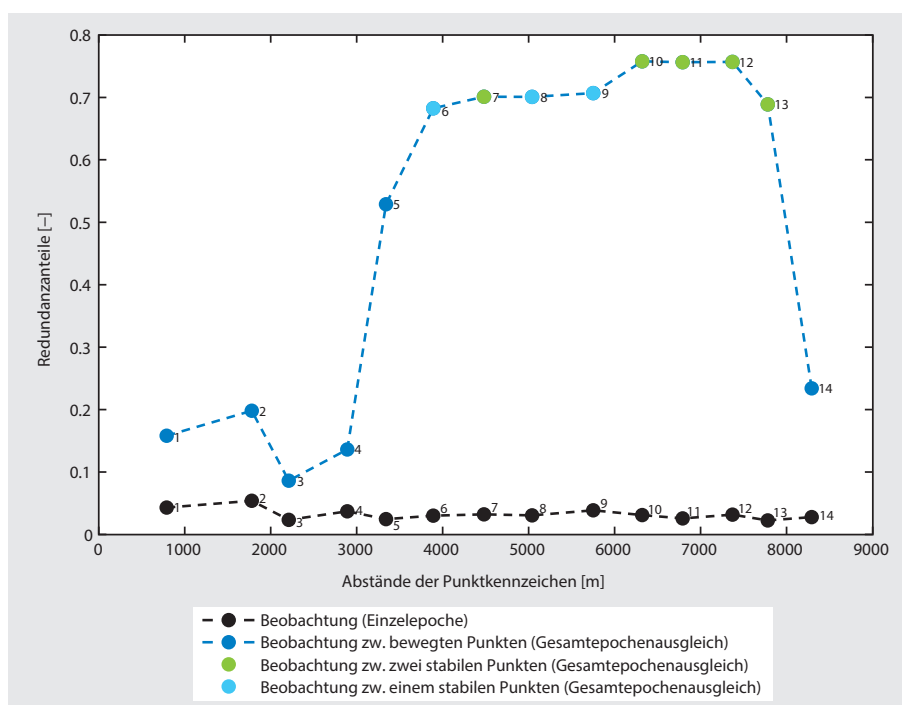


Abb. 5: Auswirkung der adaptiven Parameterauswahl auf die Redundanz einzelner Beobachtungszüge



handelt, bei der die Abhängigkeit zur Datumsfestlegung nicht beseitigt ist.

Es konnte damit gezeigt werden, dass sich die ursprüngliche Idee der Identitätsverwendung in der Gesamtepocheausgleichung als sinnvoll einstufen lässt, da durch die damit verbundene Parameterreduzierung eine Abhilfe gegenüber der geringen Überbestimmung in Höhennetzen geschaffen werden kann. Daneben verbessern sich zusätzlich durch die Kenntnis über stabile Punkte sowohl die Genauigkeit als auch die Kontrollierbarkeit im Netz.

#### 4 Schlussbemerkung

Es wurde dargelegt, dass die im Rahmen einer Deformationsanalyse gewonnenen Punktidentitäten in einer gemeinsamen Ausgleichung mit datenadaptiver Parameterwahl und unter Verwendung mehrerer Höhenepochen sinnvoll verwendet werden können. Auf diese Weise ist eine Realisierung eines Höhennetzes möglich, das sich durch eine Genauigkeitssteigerung und eine bessere Netzkontrollierbarkeit auszeichnet. Dies erfolgt durch die datenadaptive Parameterauswahl basierend auf einem iterativen Auswahlverfahren zur Bestimmung von stabilen Punkten. Die Modellintegrität wird durch den Hypothesentest (s. Abschnitt 2.2) gewährleistet, womit laufend die Konsistenz zwischen Modell und Messungen überprüft wird.

Neben der Analysemöglichkeit von Bewegungen in der Fläche sind auch weitere Anwendungsgebiete denkbar. Durch die Kenntnis der Identitätsinformation könnte ein solches Höhennetz wiederum in ein Netz höherer Ordnung eingegliedert werden.

Das vorgestellte Verfahren wurde auf Echtdateien der Bezirksregierung Köln, Abteilung 7 (GEOBasis NRW) aus dem Leitnivellement »Ruhrgebiet« angewandt. Hier könnten dann, wie in Schuler et al. (2010) dargelegt, die in diesem Leitnivellement gemessenen Linienteile des DHHN in eine großräumige Ausgleichung des bundesweiten DHHN-Netzes eingehen. Aufgrund von rückläufigen finanziellen und personellen Ressourcen des Landes und der beteiligten Kommunen, Verbände und Bergbaubetreiber wurden 2009 erstmalig für ein Präzisionsnivellement die bisher bei amtlichen Messungen unüblichen »Einfachmessungen« (Messung in nur eine Richtung) angewandt. Der zu erwartende Genauigkeitsverlust soll durch eine verbesserte Netzkonfiguration durch zusätzliche Liniensegmente ausgeglichen werden (Riecken et al. 2011). Das hier vorgestellte Verfahren könnte dazu beitragen, genaue Kenntnisse über die für Erkundung und Verfestigung erforderliche Struktur und Stabilität der zu messenden Bereiche, insbesondere der von Erdoberflächenbewegungen betroffenen Gebiete, zu gewinnen.

#### Dank

Ein herzlicher Dank gebührt der Bezirksregierung Köln, Abteilung 7 (GEOBasis NRW) für die Bereitstellung der Datensätze im Rahmen des Leitnivellements »Ruhrgebiet« der Jahre 2002 bis 2008. Insbesondere möchten wir uns bei Dr.-Ing. Jens Riecken und Dipl.-Ing. Hans-Dieter Schuler (+) bedanken, die durch Ihr fundiertes Fachwissen wichtige Anregungen für die Entwicklung des vorgestellten Verfahrens geliefert haben. Die Autoren bedanken sich ferner bei den anonymen Gutachtern für die kritische Durchsicht der Arbeit und den konstruktiven Anmerkungen zur Klarstellung einiger Textstellen.

#### Literatur

- Boje R., Gstirner W., Schuler D., Spata M. (2008): Leitnivellements in Bodenbewegungsgebieten des Bergbaus – eine langjährige Kernaufgabe der Landesvermessung in Nordrhein-Westfalen. Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen, Nordrhein-Westfalen, 3:33–43.
- Dupraz, H., Niemeier, W., Pelzer, H. (1979): Analyse von Deformationsmessungen durch Klaffungszerlegung. Schriftenreihe Vermessungswesen HSBW München, 4.
- Halsig, S. (2010): Identifikation von identen Punkten in Höhennetzen aus mehreren Epochen, Bachelorarbeit, Institut für Geodäsie und Geoinformation, Universität Bonn, [www.igg.uni-bonn.de/tg/uploads/tx\\_ikgpublication/halsig\\_10.pdf](http://www.igg.uni-bonn.de/tg/uploads/tx_ikgpublication/halsig_10.pdf).
- Koch, K.-R. (1997): Parameterschätzung und Hypothesentests, Dümmler, Bonn, [www.igg.uni-bonn.de/tg/fileadmin/publication/media/buch97\\_format\\_neu.pdf](http://www.igg.uni-bonn.de/tg/fileadmin/publication/media/buch97_format_neu.pdf).
- Niemeier, W. (1979): Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 88.
- Niemeier, W. (1985): Deformationsanalyse. In: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, Hrsg Pelzer, H., Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- Niemeier, W. (2008): Ausgleichungsrechnung. Walter de Gruyter, Berlin.
- Pelzer, H. (1974): Neuere Ergebnisse bei der statistischen Analyse von Deformationsmessungen. Archive of the 14th International Congress for Surveyors Washington.
- Riecken, J., Boje, R., Schuler, H.-D., Schaefer, W. (2011): Die Nutzung von Einfachmessungen für Präzisionsnivellements in Gebieten mit Bodenbewegungen in Nordrhein-Westfalen. zfv 1:2–8.
- Schuler, H.-D., Güth, H. D., Riecken, J. (2010): Arbeiten im Projekt DHHN 2006–2011 in Nordrhein-Westfalen. Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen, Nordrhein-Westfalen 1:57–64.

#### Anschriften der Autoren

M.Sc. Sebastian Halsig  
 Dipl.-Ing. Andreas Ernst  
 Prof. Dr. techn. Wolf-Dieter Schuh  
 Institut für Geodäsie und Geoinformation, Universität Bonn  
 Nussallee 17, 53115 Bonn  
[shalsig@uni-bonn.de](mailto:shalsig@uni-bonn.de)  
[andreas.ernst@andye-online.de](mailto:andreas.ernst@andye-online.de)  
[schuh@uni-bonn.de](mailto:schuh@uni-bonn.de)  
 Tel.: +49 (0)228 73-2626