

# Verbesserung der ALKIS®-Geometrie durch digitale Orthophotos ATKIS®-DOP20

Joachim Boljen

## Zusammenfassung

Die geometrische Qualität des Amtlichen Liegenschaftskataster Informationssystems (ALKIS®) entspricht wegen unzureichender Digitalisierunterlagen nicht in allen Bereichen den aktuellen Anforderungen. Die vorliegenden Ungenauigkeiten können durch präzise digitale Orthophotos des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems (ATKIS®-DOP20) deutlich reduziert werden. Das Problem der an vielen Stellen unvollständigen geometrischen Bestimmung der Verschiebungsvektoren ist durch zusätzliche Informationen aus einem mathematischen Filteransatz lösbar.

## Summary

*The geometric quality of the Amtliche Liegenschaftskataster Informationssystem (ALKIS®) is not in every case up to current standard because of insufficient basic documents. The existing inaccuracy can be reduced significantly by precise digital orthophotos from the Amtliche Topographisch-Kartographische Informationssystem (ATKIS®-DOP20). To overcome the incomplete geometric determination turning up in many situations, an additional filtering process can be added.*

## 1 Allgemeines

In den vergangenen Jahren sind erhebliche Ressourcen der Vermessungs- und Katasterverwaltung des Landes Schleswig-Holstein (VermKatV-SH) darauf konzentriert worden, die Automatisierte Liegenschaftskarte (ALK) und das Automatisierte Liegenschaftsbuch (ALB) aufzustellen. Derzeit werden Vorbereitungen getroffen, um diese Datenbestände in das Amtliche Liegenschaftskataster Informationssystem (ALKIS®) zu überführen. Bei dieser Migration geht es insbesondere darum, formal logische Inkonsistenzen aufzulösen.

Bei der Benutzung der Liegenschaftskarte treten jedoch in den Gebieten ohne Koordinatenkataster vermehrt Probleme einer qualitativ unzureichenden Geometrie auf. Leider können diese Differenzen in der Größenordnung von etwa  $\pm 1-2$  m sogar in den Bereichen nicht generell ausgeschlossen werden, in denen das Liegenschaftskataster sich auf einen konventionellen Zahlennachweis (Polygonierung, Stückvermessung, Fortführungsrisse) stützt. Besonders problematisch sind die Gebiete, in denen diese Grundlage fehlt (Graphisches Kataster) und bei denen teilweise Abweichungen von bis zu  $\pm 3-5$  m hingenommen werden müssen. Die Ursache für diese Differenzen liegt meist in den nur bedingt geeigneten Digitalisier-

unterlagen. Auch dann, wenn die verwendeten Karten auf einem vollständigen Zahlennachweis beruhen, ist ihre ursprüngliche Genauigkeit durch Umzeichnungen und den langjährigen Gebrauch oftmals stark zurückgegangen.

Da die Aufstellung des Koordinatenkatasters zurzeit auf die Flurbereinigungsverfahren beschränkt bleiben muss, ist eine entsprechende Verbesserung der Geometrie in den übrigen Gebieten mit einem herkömmlichen Zahlennachweis bzw. graphischen Kataster kurzfristig nicht zu erreichen. Für diese Abschnitte muss im Rahmen einer internen Qualitätssicherung nach Verfahren gesucht werden, mit denen die Anstände schnell und kostengünstig auf einen Genauigkeitsbereich von  $\pm 0,3-0,5$  m zurückgeführt werden können.

Da die Bedeutung der Geobasisdaten als Grundlage der Geofachdaten innerhalb der im Aufbau befindlichen Geoinformationssysteme (GIS) und Geodateninfrastrukturen (GDI) stark zunimmt, ist ein dringender Handlungsbedarf bezüglich der geometrischen Qualitätsstandards entstanden. Die eigenständige Erfassung bzw. Georeferenzierung von Geofachdaten mittels GPS, Laserscan oder Digitalsensoren wird diese Problematik weiter verstärken. Durch die vermehrte gemeinsame Nutzung des ALKIS®- und ATKIS®-Datenbestandes entstehen zusätzliche Anforderungen bezüglich der geometrischen Kongruenz der Geobasisdaten. Zur Vermeidung derartiger Konflikte ist die Liegenschaftskarte daher qualitativ zu verbessern. Hierfür bieten sich zurzeit insbesondere die digitalen Orthophotos (ATKIS®-DOP20) an.

## 2 Digitale Orthophotos ATKIS®-DOP20 als Datengrundlage

In Schleswig-Holstein wird die analytische Photogrammetrie seit Jahren dazu eingesetzt, um im Rahmen der Flurbereinigungsschlussvermessung die unvermarkten Grenzen (Gräben, Knicks, Zäune, ...) festzulegen. Auf der Grundlage des im Maßstab 1:4.500 geflogenen Bildmaterials wird dabei eine Genauigkeit von  $\pm 0,1-0,2$  m erreicht. Die photogrammetrisch nicht auswertbaren Bereiche werden tachymetrisch ergänzt, die mit Grenzmarken versehenen Flurstücke werden auf der Grundlage des bestehenden Zahlennachweises, terrestrischer Ergänzungsvermessungen und einer eingehenden mathematischen Analyse abschließend bestimmt. Ein besonderes Augenmerk wird dabei auf die Identitätsanalyse wiederhergestellter Punktmarken gelegt.

Obwohl sich der Einsatz der Photogrammetrie bei der Aufstellung des Koordinatenkatasters bewährt hat und

aus wirtschaftlichen Gründen unverzichtbar geworden ist, scheidet dieser Ansatz für die generelle Verbesserung der Kartengeometrie wegen des damit verbundenen relativ hohen Zeitaufwandes aus. Durch die Erstellung hochaufgelöster digitaler Orthophotos (ATKIS®-DOP20), die sich ihrerseits wiederum auf die flächendeckende Verfügbarkeit eines auf Laserscan-Daten basierten Digitalen Geländemodells (ATKIS®-DGM2) beziehen, ist jedoch zwischenzeitlich eine echte Alternative zur photogrammetrischen Stereoauswertung entstanden. Da diese Orthophotos innerhalb weniger Jahre flächendeckend bereitgestellt und an mehreren Arbeitsplätzen verwendet werden können, ist eine kurzfristige Verbesserung der geometrischen Qualität der Liegenschaftskarte im Rahmen einer Genauigkeit von  $\pm 0,3 - 0,5$  m möglich.

Eine spätere Aufstellung des Koordinatenkatasters mit einer entsprechenden Zielsetzung von  $\pm 0,02 - 0,03$  m wird dadurch nicht entbehrlich, sodass die hier vorgeschlagene Maßnahme lediglich als eine Zwischenlösung anzusehen ist. Man wird einen solchen Schritt nur rechtfertigen können, wenn er weitgehend automatisch, d.h. kurzfristig, kostengünstig und mit einer möglichst geringen Personalbindung zu realisieren ist. Darüber hinausgehende fachliche Anforderungen müssen sich diesen Zwängen unterordnen und zeitlich zurückgestellt werden.

Neben den hier im Vordergrund stehenden digitalen Orthophotos (ATKIS®-DOP20) wird es in einem nächsten Schritt darum gehen, auch die für das ATKIS®-DGM2 verwendeten Primärdaten des Laserscan-Verfahrens mit in die Auswertung einzubeziehen. Insbesondere die wegen der Vegetation an vielen Stellen im Orthophoto nur bedingt auswertbaren Knicks bilden sich nach einer entsprechenden Klassifizierung in diesem Datenbestand sehr präzise und sicher ab, sodass eine weitere Verbesserung des hier vorgestellten Ansatzes möglich wird.

### 3 Relation zwischen der ALKIS®-Geometrie und den ATKIS®-DOP20

Eine wesentliche inhaltliche Voraussetzung für die Effektivität des vorgeschlagenen Ansatzes besteht in der Verfügbarkeit ausreichend vieler, möglichst gleichmäßig verteilter Stützpunkte. Erst wenn die dadurch gebildeten Zwischenräume so klein sind, dass die Grundsätze der Nachbarschaftsgenauigkeit unterstellt werden können, wird die Interpolation der übrigen Punkte die erwarteten Ergebnisse erreichen.

An etlichen Stellen wird es keine Schwierigkeiten geben, identische Punkte in der Liegenschaftskarte und im Orthophoto festzulegen. Hierzu gehören alle Unstetigkeiten im Grenzverlauf, insbesondere abknickende, sich kreuzende und abzweigende Grenzeinrichtungen. Eine große Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang auch den Gebäuden zu. Dabei ist natürlich zu berücksichtigen,

dass die so erlangten Ergebnisse meist wegen des Dachüberstandes besonders aufbereitet werden müssen.

Trotz dieser Möglichkeiten werden Bereiche verbleiben, bei denen die Linienverläufe der Grenzeinrichtungen nur abschnittsweise im Orthophoto auswertbar sind und bei denen eine eindeutige punktweise Zuordnung zum Katasternachweis nicht möglich ist. Hierzu gehören insbesondere die nahezu geradlinig verlaufenden Grenzen. Bei diesen linienhaften Strukturen kann man den seitlichen Versatz zwischen der Kartengeometrie und der Festlegung im Orthophoto zwar sehr gut bestimmen, diese Ablage darf jedoch nicht als eigentlicher Verschiebungsvektor aufgefasst werden, denn die so ermittelte Abweichung stellt nur die zum Grenzverlauf senkrecht verlaufende Projektion der gesuchten vektoriellen Größe dar. Da diese Situation, die lediglich einen geometrischen Ort des eigentlich gesuchten Vektors festlegt, verhältnismäßig oft auftritt, kann auf ihre Verwendung im Interesse einer maximalen Informationsgewinnung nicht verzichtet werden. Zur Beschreibung der mathematischen Verhältnisse sei auf Abb. 1 verwiesen. Dabei mögen die Punkte  $P_i$  und  $P_{i+1}$  einen Ausschnitt aus der ALKIS®-Geometrie festlegen. Der Punkt  $P_j$  entspricht einem Punkt dieser Linie im ATKIS®-DOP, auf den dieser Ausschnitt nachgeführt werden soll.

Für die Längs- und Querabweichung  $p_{i,j}$  bzw.  $d_{i,j}$  erhält man auf der Grundlage der Hesseschen Normalform der Geradengleichung die nachstehend aufgeführten Ausdrücke (Bronstein et al. 2000)

$$\begin{aligned} p_{i,j} &= (y_j - y_i) \sin \alpha_{i,j} + (x_j - x_i) \cos \alpha_{i,j}, \\ d_{i,j} &= (y_j - y_i) \cos \alpha_{i,j} - (x_j - x_i) \sin \alpha_{i,j}, \end{aligned} \quad (1)$$

$i = 1, \dots, n_d, \quad j = 1, \dots, n_p.$

Die Variable  $\alpha_{i,j}$  ist dabei für das Azimut des Abschnittes  $P_{i,i+1}$  verwendet worden. Da sie gleichzeitig die Richtung der Abweichung  $d_{i,j}$  festlegt, erfolgt die Indizierung entsprechend. Bezüglich der Vorzeichen gilt die Regel, dass  $p_{i,j} \geq 0$  ist, wenn der Fußpunkt von  $P_j$  auf den Abschnitt  $P_{i,i+1}$  bzw. auf die entsprechende über  $P_{i+1}$  hinausgehende Verlängerung fällt; bei  $p_{i,j} < 0$  liegt der Lotfußpunkt auf der rückwärtigen Verlängerung dieser Verbindung vor dem Punkt  $P_i$ . Die Querabweichung  $d_{i,j}$  wird positiv, wenn sich der Punkt  $P_j$  links vom Abschnitt  $P_{i,i+1}$  befindet und negativ, wenn dieser Punkt auf die gegenüberliegende rechte Seite fällt. Für die Bestimmung von  $n_p$  Verschiebungsvektoren stehen insgesamt  $n_d$  Querabweichungen zur Verfügung.

Die Auswertung jeder einzelnen Abweichung beschränkt sich damit auf die Bestimmung der Koordinaten des Punktes  $P_j$  und auf die Identifikation der zugehörigen ALKIS®-Geometrie  $P_{i,i+1}$ . Unter Berücksichtigung von (1) sind jeweils folgende Größen zu berechnen und abzuspeichern:  $x_j$ ,  $y_j$ ,  $\alpha_{i,j}$  und  $d_{i,j}$ . Liegt die gleichzeitig ermittelte Größe  $p_{i,j}$  nicht in dem Wertebereich  $0 \leq p_{i,j} \leq s_{i,i+1}$ , dann ist der Punkt  $P_j$  in der Regel dem vorgehenden bzw. nachfolgenden Linienelement der ALKIS®-Geometrie zuzuordnen.

Obwohl die Eck- und Knotenpunkte mehrere Projektionen zulassen, ist es nicht erforderlich, diese Punkte besonders zu behandeln oder kenntlich zu machen. Es genügt, sie auf die beiden an dieser Stelle zusammentreffenden ALKIS®-Geometrien zu beziehen, die möglichst rechtwinklig zueinander verlaufen. Neben den Punktkoordinaten  $x_j, y_j$  sind in diesen Fällen die beiden zugehörigen Projektionen  $\alpha_{i,j}$  und  $d_{i,j}$  abzulegen. Auch wenn bei den

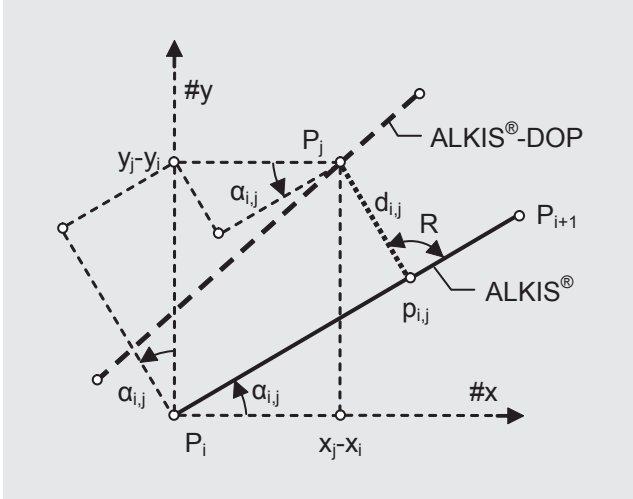


Abb. 1: Längs- und Querabweichung

Knotenpunkten formal mehr als zwei Projektionen möglich sind, sollten diese zusätzlichen Größen wegen mangelnder Unabhängigkeit nicht berücksichtigt werden.

Die Auswertung von Gebäuden ist ebenfalls einfach möglich. Der im ersten Moment störende Dachüberstand lässt sich verhältnismäßig einfach eliminieren, wenn man jeweils paarweise zwei gegenüberliegende Dachkanten auswertet. Bei übereinstimmenden Azimuten  $\alpha_{i,j}$ , was sich gegebenenfalls durch einfaches Tauschen der Punktfolge  $P_i$  und  $P_{i+1}$  einer Linie erreichen lässt, ist der unbekannte Dachüberstand  $d_o$  in den beiden zugehörigen Abständen  $d_{i,j}$  mit umgekehrtem Vorzeichen enthalten. Nach entsprechender Mittelbildung und Speicherung werden die Daten der zweiten, paarweise zugeordneten Dachkante gelöscht.

Dabei darf nicht verkannt werden, dass bei der Einbeziehung von Dachkanten wegen einer fehlerhaften Höhenzuordnung in der Regel Projektionsverzerrungen im Orthophoto verbleiben. Mittelfristig deutet sich jedoch die Möglichkeit an, aus den im Metainformationssystem geführten Bearbeitungsgrenzen (Seamlines) und der zugehörigen Nadirpunkte diese Projektionsverzerrung für standardisierte Gebäudehöhen (Traufe ~3 m, First ~6 m, ...) zu berücksichtigen. Zwischenzeitlich wird man sich zumindest darauf berufen können, dass diese Verzerrungen in der Nähe des Nadirpunktes verhältnismäßig gering ausfallen und dass bei entfernter liegenden Gebäuden meist wieder die Gelegenheit besteht, den Gebäudesockel unmittelbar auszuwerten.

Da der Abstand  $d_{i,j}$  senkrecht zur Verbindung  $P_{i,i+1}$  verläuft, kann der Zusammenhang zwischen den  $dx_j, dy_j$ -Komponenten des Verschiebungsvektors  $\Delta_{i,j}$  und seiner zum Linienverlauf senkrechten Projektion  $d_{i,j}$  wie folgt dargestellt werden

$$d_{i,j} = dy_j \cos \alpha_{i,j} - dx_j \sin \alpha_{i,j}, \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, n_d, \quad j = 1, \dots, n_p.$$

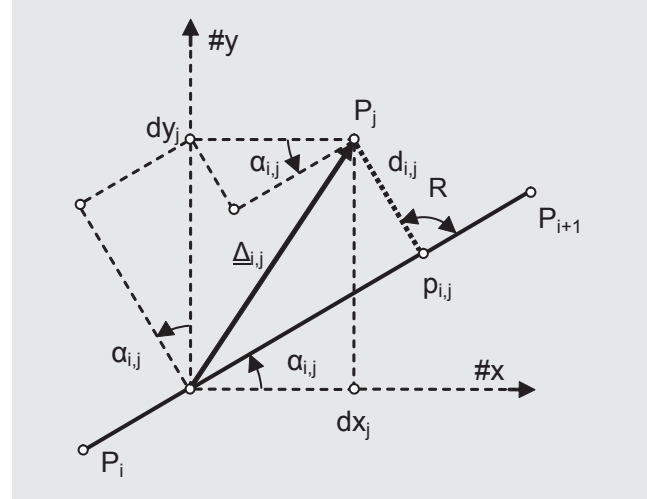


Abb. 2: Verschiebungsvektor  $\Delta_{i,j}$  und seine Projektion  $d_{i,j}$

Die geometrischen Zusammenhänge dieser Beziehung können Abb. 2 entnommen werden.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass im digitalen Orthophoto bestimmte Punkte  $P_j$ , mit einer seitlichen Abweichung  $d_{i,j}$  von der zugehörigen linienhaften ALKIS®-Geometrie  $P_{i,i+1}$  gemäß (2) nur einen geometrischen Ort für die Bestimmung der gesuchten Verschiebungskomponenten  $dx_j, dy_j$  liefern. Da man die im Orthophoto erkennbaren Eck- und Knotenpunkte auf die beiden sich berührenden ALKIS®-Geometrien beziehen kann, ist vorerst nur hier eine eindeutige Bestimmung der gesuchten Komponenten möglich.

#### 4 Filteransatz

Die Koordinatenkomponenten  $x$  und  $y$  können, wie jede andere räumlich verteilte stochastische Variable  $dx(\underline{x}+\xi)$ , mithilfe eines transversalen Filteransatzes zu einem geglätteten Wert  $\Delta x(\underline{x})$  zusammengefasst werden (Taubenheim 1969)

$$\Delta x(\underline{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(|\xi|) dx(\underline{x}+\xi) d\xi, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} g(|\xi|) d\xi = 1. \quad (3)$$

Für die dabei aufgeführte Gewichtsfunktion  $g(|\xi|)$  wird meist folgende exponentielle Beziehung benutzt

$$g(|\xi|) = \frac{\sqrt{\ln 2}}{|\xi_h| \sqrt{\pi}} \exp(-\ln 2 \frac{|\xi|^2}{|\xi_h|^2}), \quad (4)$$

dessen Durchlasscharakteristik

$$G(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} g(|\xi|) \cos(2\pi f |\xi|) d\xi = \exp\left(-\frac{\pi^2 |\xi_h|^2 f^2}{\ln 2}\right) \quad (5)$$

die glättende Wirkung des durch (3) gegebenen Ansatzes bestätigt, denn bei höheren Frequenzen  $f$  strebt die durch (5) gegebene Kenngröße sehr schnell gegen Null.

Diese Form der Tiefpassfilterung kann darüber hinaus durch die Wahl der Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  modelliert werden. Je größer dieser Wert wird, umso stärker fällt die Dämpfung aus, denn die Frequenzen, die den Filter jetzt noch passieren können, werden zunehmend auf die niedrigen Frequenzen bzw. den langwelligen Anteil begrenzt. Wählt man eine geringe Halbwertsbreite  $|\xi_h|$ , entsteht der umgekehrte Effekt: Die verstärkt durchgelassenen höheren Frequenzen führen in dieser Situation zu einem weniger glatten Filterergebnis.

Im konkreten Fall abzählbar vieler Punkte geht das in (3) benutzte Integral in eine Summe über

$$\Delta x_j = \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} dx_k, \quad \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} = 1, \quad (6)$$

$j = 1, \dots, n_p$ .

Die Gewichtsfunktion ergibt sich in Anlehnung an (4) zu

$$g_{j,k} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{|\xi_h| \sqrt{\pi}} \exp\left(-\ln 2 \frac{|\xi_{j,k}|^2}{|\xi_h|^2}\right), \quad (7)$$

$j, k = 1, \dots, n_p$ ,

wobei der vor der Exponentialfunktion stehende Faktor weggelassen werden kann, da die so berechneten Werte gemäß (6) in ihrer Summe durch einen Skalierungsfaktor ohnehin auf Eins normiert werden müssen.

### 5 Gauss-Markov-Modell

Durch die Beziehung (2) werden die mithilfe der digitalen Orthophotos ermittelten Projektionen  $d_{i,j}$  der eigentlich gesuchten Verschiebungsvektoren  $\underline{\Delta}_{i,j}$  in Abhängigkeit der zugehörigen  $dx_j$ -,  $dy_j$ -Komponenten dargestellt. Diese Zusammenhänge können unmittelbar als funktionale Beziehungen eines Gauss-Markov-Modells verwendet werden (Höpcke 1980, Pelzer 1985)

$$v_{d,i,j} = -dx_j \sin \alpha_{i,j} + dy_j \cos \alpha_{i,j} - d_{i,j}, \quad (8)$$

$i = 1, \dots, n_d, \quad j = 1, \dots, n_p$ .

Bei der Indizierung der verwendeten Größen ist zu berücksichtigen, dass Eck- und Knotenpunkte  $P_j$  auf zwei unterschiedliche ALKIS®-Geometrien  $P_{i,i+1}$  mit dement-

sprechend unterschiedlichen Abständen bzw. Richtungen bezogen werden können; für Linienpunkte  $P_j$  liegt jeweils nur ein entsprechendes Wertepaar  $d_{i,j}$  und  $\alpha_{i,j}$  vor. Fasst man diese linearen Relationen zu einem Ausgleichungsansatz zusammen, erhält man unter der Annahme gleichgewichtiger unkorrelierter Beobachtungen

$$\underline{v}_d = \underline{A}_d \underline{x}_d - \underline{l}_d, \quad \underline{\Sigma}_{ll,d} = \sigma_{o,d}^2 \underline{Q}_{ll,d} \underline{E}. \quad (9)$$

In der vorstehenden Beziehung stehen die Größen  $\underline{v}_d$ ,  $\underline{x}_d$ , und  $\underline{l}_d$  für den Verbesserungs-, Unbekannten- und Beobachtungsvektor, die Variable  $\underline{A}_d$  beschreibt die Koeffizientenmatrix des funktionalen Modells und das Symbol  $\underline{\Sigma}_{ll,d}$  legt mit der Varianzmatrix das stochastische Modell fest.

Da nicht für alle Verschiebungsvektoren  $\underline{\Delta}_{i,j}$  zwei Projektionen zur Verfügung stehen, wäre ein derartiges Gleichungssystem aufgrund diverser Konfigurationsdefekte unterbestimmt und somit nicht eindeutig auflösbar

$$n_p \leq n_d \leq 2n_p, \quad u = 2n_p. \quad (10)$$

Der Versuch, den Defekt der zugehörigen Normalgleichungsmatrix  $\underline{N}_{dd}$  mithilfe einer Verallgemeinerten- bzw. Pseudoinversen überwinden zu wollen, wird der konkreten Aufgabenstellung nicht gerecht, da dabei der Rangabfall des Gleichungssystems lediglich durch formale Zusatzbedingungen ausgeglichen wird (meist  $\underline{x}_d^T \underline{x}_d \rightarrow \min$ ). Ein derartiger Eingriff kann durch den entsprechenden Rangabfall der zugehörigen Kofaktormatrix  $\underline{Q}_{xx}$  ausgeglichen werden, dies bedingt jedoch, dass diese Information bei der weiteren Bearbeitung entsprechend mitgeführt werden muss.

Um den Mangel inhaltlich zu beheben und um auf die Berücksichtigung des stochastischen Modells verzichten zu können, bietet es sich an, das bislang unberücksichtigt gebliebene Nachbarschaftsprinzip mit in die Auswertung einfließen zu lassen. Danach werden dicht beieinanderliegende Punkte ähnliche Verschiebungsvektoren  $\underline{\Delta}_{i,j}$  aufweisen, ein Effekt, der bei größeren Entfernungen jedoch sehr schnell abnimmt. Das Maß dieser Ähnlichkeit kann durch die in der Gewichtsfunktion enthaltene Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  modelliert werden, größere Werte stehen dabei für eine stärkere Ähnlichkeit, kleinere Werte für einen eingeschränkten Wirkungsbereich.

Damit die wesentliche Ausrichtung des Filteransatzes auf die Überwindung der bestehenden Konfigurationsdefekte beschränkt bleibt und der eigentliche Filtereffekt möglichst gering wird, darf sein Ergebnis  $\Delta x_j$  sich von dem originären Wert  $dx_j$  nur um eine minimale Verbesserung  $v_{f,x,j}$  unterscheiden. Unter Berücksichtigung von (6) führt dies zu der folgenden funktionalen Beziehung

$$\Delta x_j = dx_j + v_{f,x,j} = \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} dx_k, \quad \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} = 1, \quad (11)$$

$j = 1, \dots, n_p$ .



Der auf dieser Grundlage formulierte Anteil eines Ausgleichungsmodells ergibt sich entsprechend der bereits in (9) erläuterten Bezeichnungsweise zu

$$\underline{v}_f = \underline{A}_f \underline{x}_f - \underline{l}_f, \quad \underline{\Sigma}_{ll,f} = \sigma_{o,f}^2 \mathbf{q}_{ll,f} \underline{E}. \quad (12)$$

Gibt man die bisherige Unterscheidung des Unbekanntenvektors nach  $\underline{x}_d$  und  $\underline{x}_f$  wieder auf, dann können die durch (9) und (12) formulierten Subsysteme zu einem hybriden Gesamtmodell zusammengeführt werden. Für die im Unbekanntenvektor  $\underline{x}$  zusammengefassten Verschiebungskomponenten  $\underline{\Delta}_{i,j}$  und deren Kofaktormatrix  $\underline{Q}_{xx}$  gilt dann

$$\underline{x} = \underline{Q}_{xx} \underline{n}, \quad \underline{n} = \mathbf{q}^{-1}_{ll,d} \underline{A}_d^T \underline{l}_d, \\ \underline{Q}_{xx} = (\mathbf{q}^{-1}_{ll,d} \underline{A}_d^T \underline{A}_d + \mathbf{q}^{-1}_{ll,f} \underline{A}_f^T \underline{A}_f)^{-1}. \quad (13)$$

Um das stochastische Modell dieser Unbekannten beurteilen und das Ausgleichungsergebnis insgesamt überprüfen zu können, sind die Residuen  $\underline{v}_d$  und  $\underline{v}_f$  nach (9) und (12) sowie die zugehörige Verbesserungsquadratsumme  $\Omega$  gemäß

$$\Omega = \underline{v}^T \underline{Q}^{-1} \underline{v} = \mathbf{q}^{-1}_{ll,d} \underline{v}_d^T \underline{v}_d + \mathbf{q}^{-1}_{ll,f} \underline{v}_f^T \underline{v}_f \quad (14)$$

zu berechnen. Mithilfe der empirischen Varianz der Gewichtseinheit

$$s_o^2 = \Omega / n_d, \quad (15)$$

ergibt sich die Varianzmatrix der unbekanntlichen Verschiebungsvektoren zu

$$\underline{\Sigma}_{xx} = s_o^2 \underline{Q}_{xx}, \quad (16)$$

gleichzeitig kann mit der F-verteiltern Testgröße

$$F_{nd,\infty} = s_o^2 / \sigma_o^2 \quad (17)$$

das Ausgleichungsmodell auf der Grundlage der angenommenen Varianz der Gewichtseinheit  $\sigma_o^2$  global überprüft werden

$$P \{ F_{nd,\infty} \geq F_{nd,\infty;1-\alpha} \mid H_o \} = \alpha. \quad (18)$$

Wird dieser Test abgelehnt, dann muss von einer signifikanten Unstimmigkeit innerhalb des durch (9) und (12) formulierten Gesamtansatzes ausgegangen werden.

Eine besondere Bedeutung bei dieser Modellüberprüfung kommt dem Filteransatz zu, der einerseits zur Überwindung der Konfigurationsdefekte eingeführt worden ist, durch die Glättung der Verschiebungsvektoren andererseits aber auch die stochastischen Informationen des ALKIS®-Nachweises in die Auswertung einfließen lässt.

Die damit verbundene Angleichung ist dann gerechtfertigt, wenn das Prinzip der Nachbarschaft eingehalten wird, d. h. wenn die Halbwertsbreite des Filteransatzes mit derjenigen des stochastischen Modells der ALKIS®-Geometrie übereinstimmt.

Die stochastische Eigenschaft der im ALKIS®-Nachweis geführten Koordinatenkomponenten  $x$  und  $y$  können durch die zugehörige Kovarianzfunktion abgeschätzt werden

$$C_{xx}(|\xi|) = \sigma_{xx}^2 \exp(-\alpha_{xx}^2 |\xi|^2), \quad (19)$$

wobei in der Regel die Vereinfachung  $C_{xx}(|\xi|) = C_{yy}(|\xi|)$  und  $C_{xy}(|\xi|) = 0$  unterstellt wird. Mithilfe der Verschiebungskomponenten  $dx_j, dy_j$  lässt sich dann das zugehörige Gauss-Markov-Modell beschreiben

$$v_{x,j,k} = \sigma_{xx}^2 \exp(-\alpha_{xx}^2 |\xi_{j,k}|^2) - dx_j dx_k, \quad (20) \\ j = 1, \dots, n_p, \quad k = j, \dots, n_p.$$

Die Linearisierung und Auflösung dieses Ansatzes nach den Unbekannten  $\sigma_{xx}$  und  $\alpha_{xx}$  bereitet bei entsprechender Festlegung der Näherungswerte keine Schwierigkeiten, sodass sich die eigentlich interessierende Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  gemäß

$$|\xi_h| = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\alpha_{xx}} \quad (21)$$

berechnen lässt (Boljen 1992). Da die in (20) benutzten Verschiebungskomponenten  $dx_j, dy_j$  jedoch nicht bekannt sind und die gemäß (2) vorhandenen Projektionen nicht entsprechend aufgelöst werden können, ist diese explizite Berechnung der Halbwertsbreite verstell.

Numerische Untersuchungen bestätigen jedoch, dass die Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  stochastischer Punkthaufen kleiner als der minimale Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten ist (Boljen 1993)

$$|\xi_h| \leq \min(|\xi_{j,k}|), \quad j, k = 1, \dots, n_p. \quad (22)$$

Schätzt man die Struktur der ALKIS®-Geometrie auf der Grundlage der Flurstücksgröße ab, dann erscheint für diesen Datensatz ein Wertebereich von

$$30 \text{ m} \leq |\xi_h| \leq 300 \text{ m} \quad (23)$$

plausibel. Gegebenenfalls muss dieser Grenzbereich auf der Grundlage praktischer Erfahrungen noch korrigiert werden. Dabei ist jedoch zu bedenken, dass extrem kleine Halbwertsbreiten  $|\xi_h| \rightarrow 0$  Gewichtsfunktion von  $g_{j,j} \rightarrow 1$  und  $g_{j,k} \rightarrow 0$  zur Folge haben, die dann wegen  $\underline{A}_f \rightarrow \underline{Q}$  den Filteranteil wirkungslos werden lassen. Der umgekehrte Fall mit Halbwertsbreiten  $|\xi_h| \rightarrow \infty$  liefert Gewichtsfunktionen von  $g_{j,j} \rightarrow g_{j,k} \rightarrow 1/n_p$ , sodass der Filteranteil jetzt lediglich den Effekt einer Starrkörperbewegung ausübt.

Schließt man diese extremen Situationen jedoch aus, dann hat man unter Beachtung der durch (23) festgelegten Grenzwerte die Möglichkeit, die Halbwertsbreite im Ausgleichsmodell implizit mitzubestimmen. Dazu verändert man die gemäß (7) in der Beziehung (12) eingehende Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  schrittweise, bis die nach (14) berechnete Verbesserungsquadratsumme  $\Omega$  zum Minimum wird.

Im Einzelnen ermittelt man dazu, sowohl für die beiden extremen Eingangswerte  $|\xi_{h,\min}|$  und  $|\xi_{h,\max}|$  der Beziehung (23) als auch für das daraus gebildete Mittel  $|\xi_{h,\text{mit}}|$ , die dazugehörigen Verbesserungsquadratsummen  $\Omega_{\min}$ ,  $\Omega_{\max}$  und  $\Omega_{\text{mit}}$ . Im Anschluss an diese Rechenoperation wird das Wertepaar  $|\xi_{h,m}|$  und  $\Omega_m$  mit der größten Verbesserungsquadratsumme gestrichen, mit den beiden verbleibenden Größen, die im nachfolgenden Schritt die min/max Situation beschreiben, wird die Mittelbildung so lange fortgesetzt, bis das Intervall  $\varepsilon = |\xi_{h,\max}| - |\xi_{h,\min}|$  innerhalb eines vorgegebenen Grenzwertes liegt.

Erste praktische Beispiele deuten darauf hin, dass das vorgeschlagene mathematische Modell insgesamt akzeptiert wird, d. h. die auf der Grundlage der Verbesserungsquadratsumme  $\Omega$  berechnete Testgröße  $F_{nd,\infty}$  liegt bei Halbwertsbreiten von  $|\xi_h| = 30 - 50$  m, einer Standardabweichung von  $\sigma_o = 0,2$  m und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0,05$  regelmäßig innerhalb der Grenzwerte  $F_{nd,\infty;1-\alpha}$ . Der Versuch die Halbwertsbreite durch eine implizite Bestimmung des Ausgleichsansatzes zusätzlich anzupassen scheitert jedoch in vielen Fällen, da diese Werte dann oftmals so klein werden, dass sie die in der Normaleichungsmatrix enthaltenen Konfigurationsdefekte nicht mehr überwinden.

Unabhängig von der Abstimmung der Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  sollte das Niveau des stochastischen Modells des Geometrie- und des Filteranteils überprüft werden. Dabei geht es insbesondere um die Frage, ob das Verhältnis zwischen den entsprechenden Kofaktorwerten  $q_{ll,d}$  und  $q_{ll,f}$  den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Zu diesem Zweck kann für die beiden Beobachtungsgruppen eine Varianzkomponentenschätzung durchgeführt werden (Pelzer 1985). Mithilfe der Kofaktorwerte  $q_{vv,d,i}$  und  $q_{vv,f,j}$  der Residuen  $\underline{v}_d$  und  $\underline{v}_f$

$$\begin{aligned} q_{vv,d,i} &= q_{ll,d,i} - \underline{e}_i^T \underline{A}_d \underline{Q}_{xx} \underline{A}_d^T \underline{e}_i, \quad i = 1, \dots, n_d, \\ q_{vv,f,j} &= q_{ll,f,j} - \underline{e}_j^T \underline{A}_f \underline{Q}_{xx} \underline{A}_f^T \underline{e}_j, \quad j = 1, \dots, 2n_p \end{aligned} \quad (24)$$

ergeben sich die entsprechenden Varianzen zu

$$\begin{aligned} \sigma_{o,d}^2 &= E\{\underline{v}_d^T \underline{v}_d\} / \sum_{i=1}^{n_d} q_{vv,d,i}, \\ \sigma_{o,f}^2 &= E\{\underline{v}_f^T \underline{v}_f\} / \sum_{j=1}^{2n_p} q_{vv,f,j}. \end{aligned} \quad (25)$$

Bei gravierenden Abweichungen ist die gesamte Auswertung auf der Grundlage der durch (25) ermittelten Größen zu wiederholen. Die Entscheidung, eine derartige Anpassung tatsächlich umzusetzen, hängt im Wesentlichen von der Größe der jeweiligen Beobachtungsgruppe bzw. dem darauf entfallenden Redundanzanteil ab. Da der Filteranteil die Unterbestimmung der geometrischen Informationen kompensieren muss, kann es in dem hier formulierten Ansatz zu numerischen Instabilitäten kommen.

Schließlich können Modellfehler auch dadurch bedingt sein, dass Fehler bei der Erfassung der Querabweichungen  $d_{i,j}$  aufgetreten sind. Gründe hierfür können einzelne Verwechslungen sein, problematischer sind jedoch örtliche Veränderungen die im Orthophoto sichtbar werden, die jedoch nicht in den Katasternachweis übernommen worden sind. Als Beispiel sei auf eine veränderte topographische Abgrenzung zwischen zwei katastertechnisch festgelegten Flurstücken hingewiesen, die dem gleichen Eigentümer gehören.

Auf der Grundlage des data-snoopings kann mithilfe von

$$\begin{aligned} \max (v_{d,i}^2 / q_{vv,d,i}), \quad (26) \\ q_{vv,d,i} = q_{ll,d,i} - \underline{e}_i^T \underline{A}_d \underline{Q}_{xx} \underline{A}_d^T \underline{e}_i, \quad i = 1, \dots, n_d \end{aligned}$$

die Beobachtung selektiert werden, die den größten Anteil an der Verbesserungsquadratsumme und damit an der Ablehnung der Testentscheidung hat (Heck 1981). Die so lokalisierte Größe ist eingehend zu überprüfen und gegebenenfalls zu verwerfen.

## 6 Interpolation

Nachdem die Verschiebungsvektoren  $\underline{\Delta}_{i,j}$  in den Stützpunkten auf der Grundlage von (13) berechnet worden sind, müssen die übrigen Punkte der Liegenschaftskarte entsprechend nachgeführt werden. Da die Aufgabe abschnittsweise zu erledigen ist, ist um das eigentliche Arbeitsgebiet herum ein Anpassungsstreifen in einer Breite von etwa  $2|\xi_h|$  zu vereinbaren. Auf dem äußeren Grenzpolygon dieses Streifens sind im ungefähren Abstand  $2|\xi_h|$  fingierte Verschiebungsvektoren  $\underline{\Delta}_{i,j} = \underline{0}$  einzuführen.

Innerhalb des so abgegrenzten Gebietes kann auf der Grundlage der vorhandenen Verschiebungsvektoren und des durch (6) gegebenen Filteransatzes

$$\begin{aligned} \Delta x_j = \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} dx_k, \quad \sum_{k=1}^{n_p} g_{j,k} = 1, \quad (27) \\ j = 1, \dots, n_i \end{aligned}$$

eine Anpassung der umliegenden Punkte vorgenommen werden. Dabei laufen die Indizes  $j$  und  $k$  über die  $n_i$  Interpolations- bzw.  $n_p$  Stützpunkte.

Diese im direkten Zusammenhang mit der Erfassung durchgeführte Interpolation empfiehlt sich schon allein

aus dem Grund, um das zu erwartende Ergebnis mit dem digitalen Orthophoto unmittelbar vergleichen zu können. Durch die rein visuelle Überprüfung ist es möglich, Bereiche aufzuzeigen, in denen weitere Stützpunkte ermittelt werden müssen. Darüber hinaus hat man die Gelegenheit, durch eine Umgewichtung des Filteranteils  $q_{ll,d}/q_{ll,f}$  oder durch eine Veränderung der Halbwertsbreite  $|\xi_h|$  die örtlichen Verhältnisse entsprechend zu berücksichtigen. Die Frage, ob diese Lösung an die Stelle der bisherigen Geometrie der Liegenschaftskarte tritt oder ob auf der Grundlage der eigentlichen Stützpunkte eine konventionelle Homogenisierung durchgeführt werden soll, kann flexibel entschieden werden. Ist eine derartige Homogenisierung Bestandteil des bestehenden Arbeitsablaufs, empfiehlt es sich, diesen Abschnitt entsprechend einzubinden.

### 7 Beispiel

Der vorgestellte Ansatz ist allgemein und unabhängig vom Umfang des Bearbeitungsgebietes gültig. Einschränkungen ergeben sich allenthalben durch die zur Verfügung stehende Rechnerleistung. Zur numerischen Überprüfung genügt es daher, ein einfaches Beispiel A anzuführen, das aus lediglich fünf im digitalen Orthophoto bestimmten Punkten besteht. Für zwei dieser Punkte ( $P_1, P_5$ ) können jeweils zwei Projektionen des Verschiebungsvektors  $\Delta_{i,j}$  angegeben werden, sodass dessen Resultierende direkt bestimmbar ist. Die übrigen drei Punkte ( $P_2, P_3, P_4$ ) können nur mit jeweils einer ALKIS®-Geometrie in Verbindung gebracht werden, eine unmittelbare Berechnung des gesuchten Verschiebungsvektors ist hier also nicht möglich.

Die verwendeten Zahlenwerte und die ermittelten Ergebnisse ergeben sich anhand der Tab. 1 und 2. Dabei wurden für die Kofaktorwerte, die Halbwertsbreite und die Standardabweichung der Gewichtseinheit folgende Annahmen getroffen:  $q_{ll,d} = 1, q_{ll,f} = 4, |\xi_h| = 50\text{ m}$  und  $\sigma_o = 0,2\text{ m}$ .

Im Rahmen einer visuellen Plausibilitätskontrolle ist u.a. ein aus 14 Flurstücken bestehendes Beispiel B bearbeitet worden. Abb. 3 stellt einen Ausschnitt der Ausgangssituation dar. Dabei werden Abweichungen zwischen dem Orthophoto und dem Katasternachweis von  $\pm 2 - 3\text{ m}$  deutlich.

Um diese geometrischen Konflikte zu bereinigen, wurden auf der Grundlage des Gebäudebestandes insgesamt 13 Vektoren ermittelt. An elf Stellen konnte dabei die seitlichen Abwei-

chung  $d_{i,j}$  des Messpunktes  $P_j$  auf nur eine linienhafte ALKIS®-Geometrie bezogen werden, lediglich an zwei Punkten war die Messung der Verschiebungskomponenten auf zwei angrenzende Gebäudeseiten möglich. Dabei konnte an sieben Stellen das aufsteigende Mauerwerk angehalten werden, an vier Stellen bezog sich die Messung auf die Traufe und an zwei Stellen auf den First. Die durch den Höhenversatz bedingten Projektionsverzerrungen der höher gelegenen Gebäudepunkte wurden vorerst nicht korrigiert.

Die Annahmen für die Kofaktorwerte, die Halbwertsbreite und die Standardabweichung der Gewichtseinheit wurden weiterhin mit  $q_{ll,d} = 1, q_{ll,f} = 4, |\xi_h| = 50\text{ m}$  und  $\sigma_o = 0,2\text{ m}$  angehalten.

Auf der Grundlage der so ermittelten Stützpunkte wurde eine konventionelle Homogenisierung durchgeführt, das Ergebnis ergibt sich durch die Abb. 4. Insgesamt zeigt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung. Die Größenordnung der Abweichungen nach der Anpassung der ALKIS®-Geometrie liegt im Bereich von etwa  $\pm 0,8 - 1,0\text{ m}$  wobei sich diese Differenzen im Wesentlichen auf die abweichende Darstellung der Traufen beziehen. Gleichwohl muss zugestanden werden, dass systematische Effekte verbleiben und das eigentliche Ziel von  $\pm 0,3 - 0,5\text{ m}$  noch nicht erreicht werden konnte.

Die Beispiele zeigen aber auch, dass mit dem hier vorgeschlagenen Ansatz ein plausibles Ergebnis möglich ist, insbesondere dann, wenn bei zukünftigen Trauf- und Firstmessungen zusätzliche Korrekturen angebracht werden. Durch die Einbeziehung eines Filteransatzes können

Tab. 1: Ausgangsdaten Beispiel A, Einheit (m)

j	$x_j$	$y_j$	i	$x_i$	$y_i$	i+1	$x_{i+1}$	$y_{i+1}$
1	106,1	143,4	11	103,35	141,64	21	96,40	115,77
			11	103,35	141,64	22	63,22	162,08
2	37,3	106,3	13	43,76	105,88	23	16,26	97,37
3	78,4	64,1	14	76,18	60,91	24	100,29	72,81
4	133,8	77,9	15	131,65	76,55	25	114,77	90,79
5	39,2	26,4	16	36,18	25,92	26	67,98	12,40
			16	36,18	25,92	27	73,29	51,40

Tab. 2: Ergebnisdaten Beispiel A, Einheit (m)

j	i	i+1	$\alpha_{i,j}$	$p_{i,j}$	$d_{i,j}$	$v_{d,i,j}$	$d_{x,j}$	$d_{y,j}$
1	11	21	283,29	-2,41	2,20	-0,06	2,70	1,81
		22	170,01	-1,65	-2,82	-0,02		
2	13	23	219,11	6,05	-2,31	0,06	1,96	2,96
3	14	24	29,19	3,40	1,88	-0,15	1,66	2,75
4	15	25	155,39	-0,77	-2,42	-0,04	1,54	1,92
5	16	26	374,41	2,59	1,62	0,01	2,88	0,55
		27	38,30	2,76	-1,31	0,13		





◀ Abb. 3:  
Ausgangssituation  
Beispiel B



▶ Abb. 4:  
Ergebnissituation  
Beispiel B

die unvermeidlichen Konfigurationsdefekte überwunden werden. Die Residuen liegen im Rahmen der erwarteten Größenordnung.

## 8 Ausblick

Die Vermessungs- und Katasterverwaltung Schleswig-Holstein aktualisiert zurzeit den gesamten Gebäude-datenbestand auf der Grundlage der Primärdaten des Laserscan-Verfahrens. Greift man bei der Verbesserung der ALKIS®-Geometrie auf diese Daten zurück, dann zeigt sich, dass die bei der Verwendung der ATKIS®-DOP20 aufgetretenen Effekte weitgehend verschwinden. Daraus ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

- Der vorgestellte mathematische Ansatz ist plausibel und grundsätzlich in der Lage die geometrische Qualität der Geobasisdaten (ALKIS®, ATKIS®-Basis-DLM) zu verbessern.
- Bei der Verwendung von hoch auflösenden Orthophotos ATKIS®-DOP20 ist ein genaues ATKIS®-DGM unabdingbar, die höhenmäßige Korrektur von Trauf- und Firstmessungen ist erforderlich.
- Zumindest in Gebieten mit größeren Abweichungen kann das Verfahren kurzfristig eingesetzt werden. Eine spätere und weitergehende Verbesserung wird dadurch nicht beeinträchtigt.
- Anstelle der ATKIS®-DOP20 sollten mittelfristig die Ergebnisse auf der Basis des Laserscan-Verfahrens berücksichtigt werden, da sie ein höheres Präzisions- und Automationspotenzial aufweisen.
- Die automationsunterstützte Ableitung der Gebäude und Strukturlinien des ATKIS®-DGM2 (Knicks, Gräben) aus den Primärdaten des Laserscan-Verfahrens ist zu verbessern, um einen Vergleichsdatenbestand (Soll-Lage) zeitnah zu erzeugen.
- Die automationsunterstützte Ermittlung der Verschiebungen zwischen der ALKIS®-Geometrie und

dem Vergleichsdatenbestand (Soll-Lage) ist aus Zeit- und Kostengründen zu realisieren (z. B. Zielfunktion:  $\min(|d_{i,j}|)$  bei  $0 \leq p_{i,j} \leq s_{i,i+1}$ ).

Durch den Aufbau der Geodateninfrastrukturen (GDI) und die technischen Möglichkeiten des Kombinierens von Geobasis- und Geofachdaten in Geoinformationssystemen (GIS) wird außer der Normierung und Standardisierung der Daten deren Qualitätssicherung zur entscheidenden Herausforderung der Fachverwaltungen. Neben der Aktualität wird die geometrische Richtigkeit (Kongruenz) der Daten an Bedeutung gewinnen. Die Vermessungs- und Katasterverwaltungen der Länder sollten sich insgesamt dieser Herausforderung stellen.

### Literatur

- Boljen, J.: Bearbeitung von Gauss-Markov-Modellen ohne eine besondere Bestimmung von Näherungswerten. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 99, S. 285-290, 1992.
- Boljen, J.: Planung amtlicher Grundlagenetze unter der besonderen Berücksichtigung der effektiven Eigenwerte. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 189, Hannover, 1993.
- Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G., Mühlig, H.: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 2000.
- Heck, B.: Der Einfluss einzelner Beobachtungen auf das Ergebnis einer Ausgleichung und die Suche nach Ausreißern in den Beobachtungen. Allgemeine-Vermessungs-Nachrichten, 88, S. 17-34, 1981.
- Höpcke, W.: Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung. de Gruyter Verlag, Berlin, 1980.
- Pelzer, H.: Grundlagen der mathematischen Statistik und der Ausgleichsrechnung. Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, Pelzer, H., (ed), Wittwer Verlag, Stuttgart, 1985.
- Taubenheim, J.: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten. Geest und Portig Verlag, Leipzig, 1969.

### Anschrift des Autors

Dr.-Ing. habil. Joachim Boljen  
 Direktor des Landesvermessungsamts Schleswig-Holstein  
 Mercatorstraße 1, 24106 Kiel  
 joachim.boljen@lverma-sh.landsh.de