

Angepasste Methoden der Deformationsanalyse für die geodätischen Messungen in Südwestisland

Michael Heinert, Bernhard Ritter und Wolfgang Niemeier

Zusammenfassung

Die Analyse von 2D-Deformationen auf der Basis der Trennung von Objekt- und Stützpunktfeld mit Hilfe einer kombinierten Rückwärts-/Vorwärtsstrategie ist unter bestimmten Bedingungen für den Einsatz im tektonisch aktiven Gebiet ungeeignet. Ein derartiges Netzbeispiel ist das Braunschweiger Netz in Südwestisland. Mit Hilfe eines alternativen funktionalen Ansatzes zur robusten, blockweisen Mehrepochen-Deformationsanalyse kann das Problem umgangen werden. Als Ergebnis lässt sich für die frühen geodätischen, terrestrischen Messungen in Südwestisland eine signifikante Divergenzbewegung nachweisen. Diese macht für den untersuchten Zeitraum in der Westlichen Vulkanischen Zone Islands etwa ein Fünftel der relativen Gesamtbewegung zwischen der Nordamerikanischen und der Eurasischen Kontinentalplatte aus.

Summary

The two-dimensional deformation analysis based on separated reference and object points using the combined backward/forward strategy is under certain circumstances not suitable for networks in tectonically active areas. Such an example can be found in the Braunschweig network in Southwest Iceland. An alternative functional approach of a robust multi-epoch deformation analysis considering the tectonic block motions can solve these problems. As result one yields a significant divergent plate motion by using the early geodetic terrestrial measurements. This motion represents the fifth part of the total relative motion between the North American and the Eurasian continental plate during the investigated period.

1 Einleitung

Seit 1967 sind in Südwestisland wiederholt terrestrische Vermessungen von Braunschweiger Geodäten durchgeführt worden mit dem Ziel, die tektonische Aktivität rund um Islands größten See Þingvallavatn nachzuweisen. Insbesondere die imposanten Grabenstrukturen des Þingvellir mit seinen Randverwerfungen Almannagjá und Hrafnagjá lassen auf tektonische Bewegungen schließen. Das sich im Süden dieser Grabenstruktur anschließende Zentralvulkansystem Hengill verstärkt diesen Eindruck. Allerdings war es bisher nicht möglich, aus den Ergebnissen der Deformationsanalysen auf Bewegungen zu schließen, die mit den aktuellen Erkenntnissen aus den regionalen GPS-Netzmessungen übereinstimmen. Dieses Problem wiegt umso schwerer, da die früheren Messungen eine ideale Datenbasis mit einer inzwischen über 30-jährigen Historie darstellen. Mit einem alternativen funktionalen Ansatz zur 2D-Deformationsanalyse lässt

sich zeigen, dass die früheren Netzmessungen über eine größere Qualität verfügen, als bisher vermutet.

2 Tektonik Islands

Am nördlichen Mittelatlantischen Rücken driften die Kontinente Eurasien (Abb. 1: EURA) und Nordamerika (Abb. 1: NOAM) auseinander. Island ist der einzige über das Meeresniveau ansteigende Abschnitt des Mittelatlantischen Rückens. Ursächlich hierfür wird der zusätzliche Eintrag marinen Krustenmaterials durch einen *hot spot*, einen lokalen heißen Konvektionsstrom, mit seinem Zentrum unter dem Vatnajökull angesehen. Seit dem Zusammentreffen der Konvektionswalze des Rückens mit dem *hot spot* hat sich die Hauptdivergenzzone, bestehend aus der Östlichen und der Nördlichen Vulkanischen Zone (Abb. 1: EVZ, NVZ), episodentartig über dem *hot spot* neu gebildet. Der übrige Rücken hat sich bis heute über 150 km in westlicher Richtung entfernt. Als Konsequenz ergibt sich an der Oberfläche eine höchst komplexe Tektonik. Es hat den Anschein, dass die letzte Neubildungsepisode noch nicht vollständig abgeschlossen ist, da im Westen der Insel noch eine Westliche Vulkanische Zone (Abb. 1: WVZ) anzutreffen ist, deren vulkanische Aktivitätsphasen im Vergleich zum Osten des Landes länger zurückliegen und auch weit weniger ausgeprägt erscheinen (Einarsson 1991). Aus den verschiedenen globalen Langzeit-Bewegungsmodellen, wie ITRF2000, NUVEL-1A, GRSM v1.2 oder REVEL2000, lässt sich für Island eine divergente Bewegung von 18–20 mm/a angeben. Diese

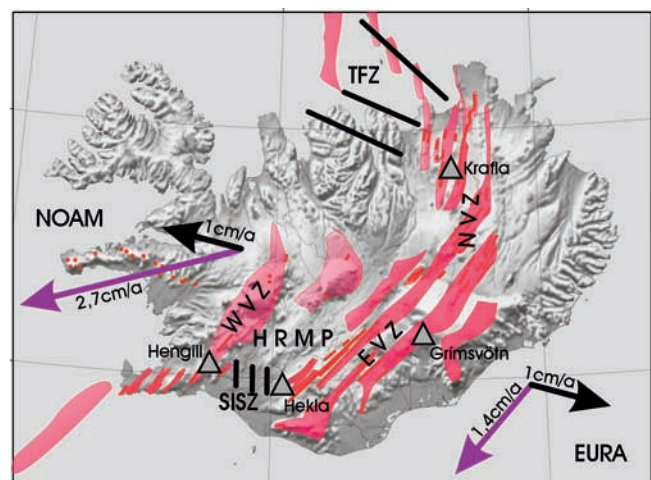


Abb. 1: Tektonische Situation Islands (Einarsson und Sæmundsson 1987) mit den Plattenbewegungen: relativ (schwarz) und global (violett) nach HS3-NUVEL 1A (Gripp und Gordon 2002).

Modelle basieren auf der Minimierungsbedingung NNR (*no net rotation*). Führt man die *hot spots* als quasi-stabile Referenzpunkte ein, erhält man die zusätzliche Information, dass sich der Mittelatlantische Rücken mit etwa 15 mm/a vom *hot spot* in westlicher Richtung wegbewegt (Gripp und Gordon 2002, NUVEL-HS3). Zwischen beiden vulkanischen Zonen existiert die Hreppar Mikroplatte (Abb. 1: HRMP). An ihrem südlichen Ende befindet sich die Südisländische Seismische Zone (Abb. 1: SISZ). In dieser Zone müssen die Spannungen abgebaut werden, die durch den Unterschied zwischen den Eigenbewegungen der Hreppar Mikroplatte und der angrenzenden Eurasischen Platte entstehen. Über den Reykjanes Rücken, der sich in der Hengill *triple junction* an die Südisländische Seismische Zone und die Westliche Vulkanische Zone anschließt, existiert eine vulkanische und tektonische Verbindung zum Mittelatlantischen Rücken im Süden Islands (Einarsson 1991, Sigmundsson et al. 1995). Im Norden der Insel befindet sich, nahezu vollständig unterhalb der Meeresoberfläche, das Verwerfungssystem der Tjörnes Verschiebungszone (Abb. 1: TFZ).

3 Messgebiet und -kampagnen

Um die regionalen Deformationen erfassen zu können, ist das so genannte Hauptnetz Südwestisland (Abb. 2) rund um den Pingvallavatn angelegt worden (Ritter 1982). Die westlichen Punkte 4, 3204 und 3223 können nach heutigem Wissensstand der Nordamerikanischen Platte zugeordnet werden. Auf der östlichen Seite des Netzes befinden sich die Punkte 3 und 92 auf der Hreppar Mikroplatte. Die Punkte 1 und 90 gehören zum Randbereich der

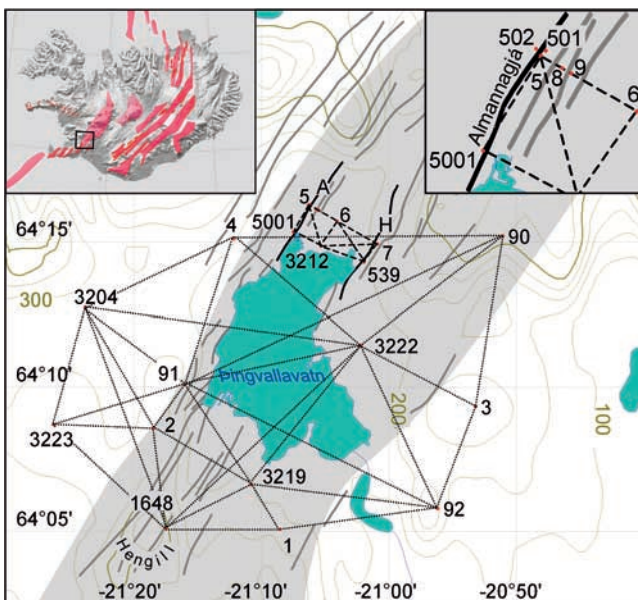


Abb. 2: Messgebiet über die Westliche Vulkanische Zone (WVZ) an der Plattengrenze zwischen Nordamerika und Hreppar im Gebiet des Pingvallavatn. Hauptnetz (gepunktet) und Deformationsfigur (gestrichelt), die Spalten Almannagjá (A) und Hrafnagjá (H).

Tab. 1: Mittlere Standardabweichung der Netzmessungen in Südwestisland

Jahr	Hauptnetz		Deformationsfigur	
	<i>sy</i> mm	<i>sx</i> mm	<i>sy</i> mm	<i>sx</i> mm
1967	19	19	11	10
1971	-	-	5	8
1975	-	-	3	4
1983	22	26	3	5
1995	5	5	4	4

Hreppar Mikroplatte. Alle übrigen Punkte befinden sich in der Westlichen Vulkanischen Zone. Dieses Gebiet ist mit einer Vielzahl von Spalten durchzogen, die einer Hauptausrichtung des zentralen Grabens von Südwesten nach Nordosten folgen. Der See ist Teil des Grabensystems, gerade dort, wo in der Vergangenheit die größten Absenkungen stattgefunden haben und noch weiter andauern (Czubik 1989). Als ein zweites, lokales Netz ist die Deformationsfigur über das Pingvellir, den zentralen Graben am nördlichen Seeufer, angelegt worden. Ein Spaltensystem bildet die westliche Begrenzung des Grabens. Die Almannagjá, eine Spalte mit einer imposanten Steilflanke, bildet die Hauptverwerfung dieses Systems. Oberhalb dieser Verwerfung sind die Punkte 5001 und 502, das zweite Exzentrum des Punktes 5, angelegt. In unmittelbarer Umgebung, aber bereits jenseits der ersten Spalten befindet sich der Punkt 5 einschließlich seines ersten Exzentrums 501. Einige weitere Spalten sind der Almannagjá in der Senkebene des Grabens vorgelagert. Dazwischen befanden sich die Punkte 8 und 9, die heute wegen des dichten Bewuchses in der Niederung des Pingvellir als nicht mehr messbar gelten. In der Mitte des zentralen Grabens befinden sich die Punkte 6 und 3212. Die östliche Begrenzung des zentralen Grabens bildet die weniger stark ausgeprägte Hrafnagjá. Oberhalb dieser Spalte sind die beiden Punkte 7 und 539 angelegt (Ritter 1982). Eine Reihe weiterer Spalten im Osten trennen sie noch von der Hreppar Mikroplatte. Auf den Punkten beider Netze sind in den Jahren 1967, 1971, 1975 und 1983 und teilweise 1995 kombinierte Richtungs- und Streckenmessungen ausgeführt worden. Für die Jahre 1995 und 1999 liegen auch GPS-Messungen für eine Reihe dieser Punkte vor.

4 Deformationsanalyse

Die einfachste Form einer 2D-Deformationsanalyse besteht in einer 4-Parameter-Helmert-Transformation (Niemeier 2002). Es existiert unter den vorgegebenen Randbedingungen durch die Auswahl der freien Transformationsparameter für die zugehörige Lösungsfunktion nur eine Lösung. Da jeder Punkt auf sich selbst abgebildet werden soll, wird die Lösungsfunktion konvex entlang aller Dimensionen im Lösungsraum.

Eine Erweiterung zur Helmert-Transformation erreicht man durch die Bedingung einer *a priori* vorgenommenen Einteilung in Stütz- und Objektpunkte (Niemeier 1985a). Die Auswahl freier Transformationsparameter bildet die Gruppe der Randbedingungen. Erlaubt man einem Lösungsalgorithmus, diese beiden Gruppen selbstständig zu verändern, verliert die Lösungsfunktion ihre Stetigkeit und wird nur noch innerhalb der stetigen Intervalle konvex sein. Betrachtet man eine derartige Gesamtlösung, ergeben sich verschiedene lokale Lösungen mit ihren Lösungs-Attraktionsgebieten bzw. Lösungssubräumen.

Ein derartiger selbstständiger Algorithmus existiert in Form einer zweistufigen Deformationsanalyse (Niemeier und Tengen 1988). In der ersten Stufe, der Rückwärtsstrategie, werden Signifikanztests durchgeführt, um die Abweichung einer Stützpunktauswahl von den zuvor getroffenen Annahmen zu prüfen. Die Anzahl der Stützpunkte wird sukzessiv verkleinert, bis alle verbliebenen Stützpunkte als stabil erkannt werden. In der zweiten Stufe wird getestet, ob sich Stützpunkte schadlos wieder als Bedingung der Lösung aufnehmen lassen. Dabei unternimmt dieser Algorithmus einen verzweigten Weg durch eine Reihe von Lösungssubräumen auf der Suche nach dem idealen lokalen Minimum. Ob das globale Minimum auf diesem Weg erreicht wird, ist allerdings nicht sicher.

Die Unstetigkeit der Lösungsfunktion zwingt uns dazu, nur Lösungssubräume zu betrachten, womit eine ideale Schätzung einer Vielzahl von Vorgaben unterliegt. Jede im numerischen Sinne richtige Lösung hat nur Geltung in dem Lösungssubraum, der durch die Wahl der Bedingungen und Randbedingungen sowie durch die Vorgabe der Zielfunktion gebildet wird. Aber auch die Gesamtlösungsfunktion mit ihrem globalen Minimum ist ihrerseits begrenzt durch die anfängliche Anzahl der Randbedingungen und den Raum freier Parameter. Jedes Minimum der Gesamtlösungsfunktion kann damit im Sinne von Plausibilität oder gar Kausalität falsch sein. Der Rückschluss ist, dass ein zugehöriges Funktionalmodell unzureichend oder falsch ist, weil die zugrunde gelegten Hypothesen mit dem praktischen Messaufbau nicht übereinstimmen. Alle zu Hilfe genommenen statistischen Werkzeuge können diesen Mangel nicht beseitigen.

4.1 Ansatz von Blockbewegungen

Das Konzept der zweistufigen Deformationsanalyse mit einem Stützpunkt- und Objektpunktfeld ist für die Bauwerksüberwachung konzipiert. Als Beispiel eines Netzes, das durch die zweistufige Deformationsanalyse nicht lösbar ist, darf das Braunschweiger Südwestisland-Deformationsnetz gelten. Das Hauptproblem innerhalb des Messgebietes im Bereich der Hengill *triple junction* um den Þingvallavatn (Abb. 2) besteht in der Zugehörigkeit der Punkte zu verschiedenen tektonischen Blöcken, deren Bewegungen durch zusätzliche lokale tektonische Ereignisse überlagert werden können. Ein bekanntes überge-

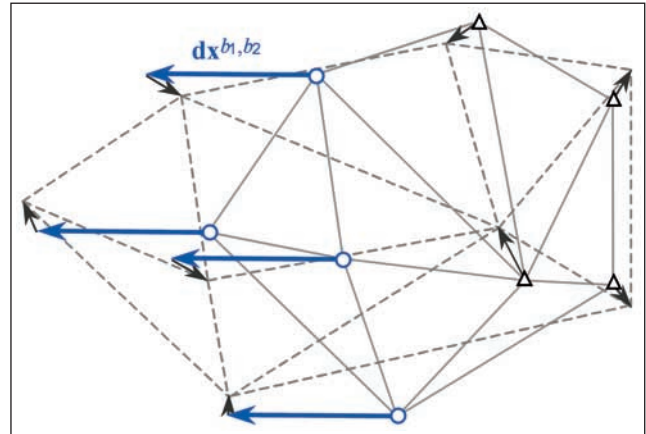


Abb. 3: Konzept einer Helmert-Transformation unter der Annahme zweier tektonischer Blöcke, die nicht gegeneinander rotieren.

ordnetes Stützpunktfeld existiert *a priori* demnach nicht. Durch die Rückwärtsstrategie lässt sich auch keine Reduktion auf ein Stützpunktfeld realisieren, da jeder stabile Block mit seiner Punktgruppe in der Minderheit zur Gesamtpunktgruppe steht.

Eine Deformationsanalyse mit Rückwärtsstrategie liefert zwar eine numerisch stabile Lösung, die zu erwartenden Deformationen orthogonal zum Grabensystem gehen aber in der Maßstabsschätzung unter. Daher muss es zunächst gelingen, eine Punktgruppe des Netzes zu finden, deren Punkte zueinander als stabil angenommen werden können. Diese Punktgruppe wird sich jedoch nur an einem Rand des Netzes finden lassen und eine geringe Anzahl von Punkten besitzen, sodass sich kleinste Mess- und Zentrierfehler als Extrapolation auf das Datum des gesamten Netzes auswirken.

Das funktionale Modell wird um die zwei Parametern der relativen Bewegung des ersten stabilen Blockes zum jeweils anderen erweitert, um den tektonischen Bedingungen im Messgebiet Rechnung zu tragen. Ein zweiter Block trägt ganz maßgeblich zur Stabilisierung der Datumsinformation bei. Je eine Stützpunktgruppe befindet sich auf der Nordamerikanischen Platte (b_1) und auf der Hreppar Mikroplatte (b_2). Alle übrigen Punkte, die keinem der beiden stabilen Blöcke zugeordnet werden können, werden als Objektpunkte behandelt.

Für die Analyse ist der zweidimensionale Translationsvektor \mathbf{X}^0 , die Maßstäbe m_y und m_x , die Rotationsmatrix \mathbf{R} und schließlich die relative Blockbewegung \mathbf{dx}^{b_1, b_2} des Blockes b_2 zum Block b_1 zu schätzen. Die Translationsgleichung ergibt sich zu

$$\mathbf{X}^0 + \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}_i = \begin{cases} \mathbf{X}_i + \mathbf{v}_i & \forall i \in b_1 \\ \mathbf{X}_i + \mathbf{v}_i - \mathbf{dx}^{b_1, b_2} & \forall i \in b_2 \end{cases} \quad (1)$$

mit der Rotationsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} \\ r_{2,1} & r_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_y \cos(\alpha_y) & -m_x \sin(\alpha_x) \\ m_y \sin(\alpha_y) & m_x \cos(\alpha_x) \end{bmatrix}.$$

Für die spätere Minimierung kann der Vektor der Parameter als

$$\mathbf{u} = [X_1^0 \ X_2^0 \ m_y \ m_x \ \alpha_y \ \alpha_x \ dx_1^{b_1, b_2} \ dx_2^{b_1, b_2}]^T$$

ausgedrückt werden. Für $\alpha_y = \alpha_x = \alpha$ und $m_y = m_x = m$ reduziert sich der Ansatz einer Affintransformation zu einer Helmert-Transformation. Es kann für die Minimierung von Vorteil sein, anstelle der Maßstäbe und Rotationen die linearen Elemente der Rotationsmatrix im Parametervektor

$$\mathbf{u} = [X_1^0 \ X_2^0 \ r_{1,1} \ r_{1,2} \ r_{2,1} \ r_{2,2} \ dx_1^{b_1, b_2} \ dx_2^{b_1, b_2}]^T$$

zu verwenden. Nach der Anpassung der Elemente der Rotationsmatrix können die Maßstäbe aus

$$m_y = \sqrt{r_{1,1}^2 + r_{2,1}^2} \quad \text{und} \quad m_x = \sqrt{r_{1,2}^2 + r_{2,2}^2}$$

sowie die Rotationswinkel aus

$$\alpha_y = \arctan\left(\frac{r_{2,1}}{r_{1,1}}\right) \quad \text{und} \quad \alpha_x = \arctan\left(\frac{-r_{1,2}}{r_{2,2}}\right)$$

wieder hergeleitet werden.

4.2 Die Anisotropie des Netzmaßstabes

Je nach Kombination von Wetter und eingesetzten Messinstrumenten ergibt sich durch die Messungen über die Wasserfläche des Pingvallavatn eine variierende Anisotropie des Netzmaßstabes. Die Mikrowellen-Distanzmessgeräte, die für die Strecken über drei Kilometer zum Einsatz gekommen sind, weisen eine hohe Abhängigkeit vom Wasserdampfdruck in der Atmosphäre auf (Bolšakov et al. 1985, S. 60 ff.). Die Streckenmessungen des Hauptnetzes (Abb. 2) in Ost-West-Richtung verlaufen über Wasserflächen. Die Messkampagne 1967 fand mit Mikrowellen-Distanzmessgeräten bei trockenem, sonnigem und windstillem Wetter statt. Dabei baute sich über den Wasserflächen eine Luftsäule mit erhöhter Luftfeuchtigkeit auf. Während an den erhöhten Standpunkten die relative Luftfeuchte von etwa 80% herrschte, kann in den Niederungen oberhalb der Wasserflächen von einer nahezu hundertprozentigen Luftfeuchte ausgegangen werden. Bei einer derartigen Wetterlage können einzelne Mikrowellenstrecken bis zu 20 ppm verkürzt werden. Im Jahr 1983 war die Kampagne hingegen verregnet und windig (Möller 1989) und der Wasserdampfdruck kann als großräumig konstant angenommen werden. Daraus folgt, dass für jede Messepoche, trotz aller Kalibriermaßnahmen, für die Entfernungsmesser ein eigener, verschieden anisotroper Epochennetzmaßstab existiert. Aufgrund dieser Anisotropie des Netzmaßstabes muss die Deformationsanalyse auf der Basis einer 2D-Affintransformation erwogen werden.

4.3 Ansatz der Lösungsfunktion

Eine weitere Problematik stellt die alleinige Schätzung mittels der L2-Norm als Zielfunktion dar. Im Falle einer fehlerhaften Annahme zur Blockstruktur oder bei der Existenz grob falscher Punktbestimmungen wird die zugehörige Klatte auf alle Punkte verteilt und ist im Deformationsbild möglicherweise nicht mehr auffindbar. Daher kann eine Alternativschätzung mit Hilfe der Zielfunktion eines kleinsten Medians der Fehlerquadrate zu robusteren Resultaten führen, da diese abweichende Optima im Lösungsraum besitzt (Abb. 4). In Kombination mit einer nicht-linearen Programmierung ist eine geschlossene Median-Schätzung mit kurzer Rechenzeit realisierbar. Diese wird allerdings mit der Gefahr erkaufte, dass sich die Schätzung in einem Nebenminimum verläuft. Die Form der Lösungsfunktion und die Lage ihres Minimums wird wesentlich von der Art des Schätzers bestimmt, unter der die Minimierung

$$\Omega_{L, b_1, b_2}(\mathbf{u}) = \left\{ \sum_i v_i^2(\mathbf{u}) \vee \text{med}(v_i^2(\mathbf{u})) \right\} \rightarrow \min \quad (2)$$

stattfindet (Abb. 4). Wenn eine gewisse Variabilität der Zielfunktion benötigt wird, ist der *Gauß-Newton* Ansatz ungeeignet, da sich die Schätzung eines kleinsten Medians der Fehlerquadrate nicht ohne weiteres berechnen lässt. Eine Möglichkeit, unabhängig von der Zielfunktion schnell zum Minimum der Lösungsfunktion Ω zu gelangen, ist die Nutzung der Verfahren zur nicht-linearen Programmierung (Rardin 1998). Das einfachste Verfahren ist das vom ersten Taylor-Polynom abgeleitete *Gradientenverfahren*, bei dem der Parametervektor

$$\mathbf{u}_{i, k+1} = \mathbf{u}_{i, k} - \alpha_k \cdot \nabla f(\mathbf{u}_{i, k}) \quad (3)$$

iterativ angepasst wird. Die einzelnen Parameter u werden iterativ angepasst, sodass sich die aktuelle Lösung

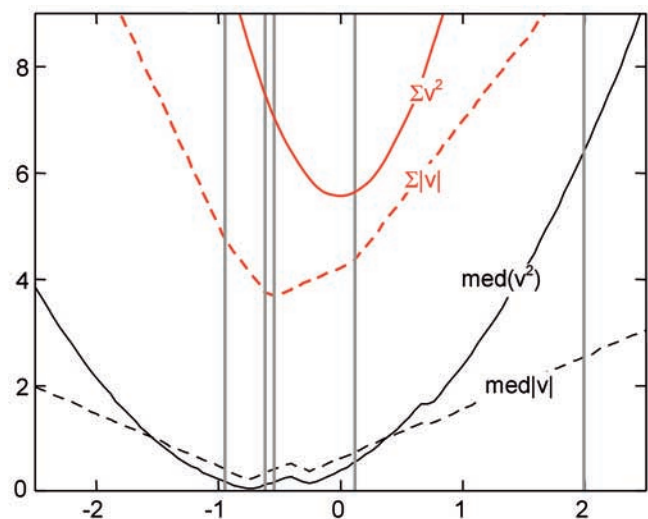


Abb. 4: Verschiedene Lösungsfunktionen Ω_L in Abhängigkeit der Zielfunktion, eindimensionales Beispiel: der Mittelwert aus fünf Einzelwerten (grau).

auf der Lösungshyperfläche entlang des steilsten Gradienten $\nabla f(\mathbf{u}_{i,k})$ in Richtung des lokalen Minimums mit einer wählbaren Schrittlänge α verschiebt.

Die zweite grundlegende Methode ist das *Newton-Verfahren*, das auf dem Taylor-Polynom zweiter Ordnung basiert. Hierzu wird zusätzlich empirisch die *Hesse-Matrix* aufgestellt, die die vollständigen partiellen zweiten Ableitungen der Lösungsfunktion enthält. Die invertierte Hesse-Matrix \mathbf{H}^{-1} gibt hier die ideale Schrittlänge, den so genannten *Newton step* vor. Wenn ein lokales Minimum existiert, konvergiert

$$\mathbf{u}_{i,k+1} = \mathbf{u}_{i,k} - \mathbf{H}_k^{-1} \cdot \nabla f(\mathbf{u}_{i,k}) \tag{4}$$

schneller als die Gradientenmethode. Die empirische Hesse-Matrix bezüglich einer Stelle der Lösungsfunktion fernab eines Optimums kann schlecht konditioniert sein und damit möglicherweise singular werden. Ähnliches droht bei zunehmend linearen Lösungsfunktionen. Das Verfahren würde hier abbrechen, ohne eine Konvergenz erreicht zu haben. Daher wird beim *Quasi-Newton-Verfahren* die Pseudo-Inverse der Hesse-Matrix $\hat{\mathbf{H}}^{-1}$ während der Iteration gleich mitberechnet. Eine derartige Approximation stellt die Rekursionsformel

$$\hat{\mathbf{H}}_{k+1}^{-1} = \hat{\mathbf{H}}_k^{-1} - \frac{\hat{\mathbf{H}}_k^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \cdot [\hat{\mathbf{H}}_k^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{k+1}]^T}{[\boldsymbol{\lambda}_{k+1}]^T \cdot \hat{\mathbf{H}}_k^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{k+1}} \tag{5}$$

mit

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \Delta \nabla f(\mathbf{u}_{k+1}) = \nabla f(\mathbf{u}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{u}_k)$$

von Davidson, Fletcher und Powell (DFP) dar (Grundmann 2002, S. 119). Dieser so genannte DFP-Algorithmus ist das einfachste Polynom, das diesen Zweck erfüllt. Die Iteration von Broyden, Fletcher, Goldfarb und Shanno (BFGS), die in verschiedenen Programmen verwendet wird, ist hingegen deutlich aufwendiger (Rardin 1998) und soll hier nicht explizit aufgeführt werden. Die Rekursion für die Pseudo-Inverse der Hesse-Matrix startet mit einer Einheitsmatrix, da zunächst keine anderen Informationen über die Lösungsfunktion existieren. Für die praktische Umsetzung der hier beschriebenen Minimierung ist das Programm SOLVER v.5.0 (Frontline Systems 2004) zum Einsatz gekommen.

4.4 Ansatz einer Mehrepochenlösung

Existieren mehr als zwei Epochen, müssen die Lösungen der verschiedenen Epochenkombinationen konsistent sein. Das heißt beispielsweise, dass die Deformationsvektoren \mathbf{v} unter Nutzung der ersten und der letzten verfügbaren Epoche gleich sein müssen mit den aufsummierten Vektoren aller zugehörigen Zwischenlösungen. Als Lösungsbedingung formuliert ergibt sich für das genannte Beispiel

$$\mathbf{w} = \mathbf{v}_{0/n} - \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{v}_{i/i+1} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \tag{6}$$

Dieses Kriterium ist in den seltensten Fällen von selbst erfüllt, sondern muss mit

$$\Omega'_{L, b_1, b_2}(\mathbf{u}) = \left\{ \sum_i w_i^2(\mathbf{u}) \vee \text{med}(w_i^2(\mathbf{u})) \right\} \rightarrow \min \tag{7}$$

erzungen werden. In der Praxis hat sich die gemeinsame Minimierung der beiden Lösungsfunktionen als recht erfolgreich erwiesen:

$$\Omega_L(\mathbf{u}) + \Omega'_L(\mathbf{u}) \rightarrow \min_{b_1, b_2} \tag{8}$$

Es hat sich weiterhin gezeigt, dass die Median-Schätzung nicht zwingend mit völlig freien Startwerten zu plausiblen Lösungen konvergiert. Häufig ist es zweckmäßig, zunächst nur die Translationen in einer L2-Minimierung zu schätzen. Im zweiten Schritt lassen sich auch die übrigen Parameter schätzen und in einem dritten Schritt kann zu einer freien Median-Schätzung übergegangen werden.

5 Ergebnisse

Aus den bisherigen GPS-Kampagnen in Südwestisland wird deutlich, dass innerhalb der Westlichen Vulkanischen Zone eine divergente Bewegung stattfinden muss (Sigmundsson et al. 1995). Die erste erweiterte Deformationsanalyse der Epochen 1983 und 1995 auf der Basis einer Helmert-Transformation mit zwei stabilen Blöcken (Abb. 5: stabiler Block Δ und bewegter Block \circ) zeigt erstmals eine jährliche Aufspreizung der Westlichen Vulkanischen Zone von 4 mm/a. Die Ergebnisse lassen sich auf der Basis einer Median-Schätzung verifizieren. Die Bewegungen der drei Punkte 1648, 3222 und 90 sind in diesem Epochenvergleich keinem der beiden Blöcke zuzuordnen (Abb. 5b). Der Punkt 90 im Übergangsbereich der Hreppar Mikroplatte zur Westlichen Vulkanischen Zone ist trotz der leicht abweichenden Bewegung für die Blockbildung numerisch notwendig. Der genannte Ansatz versagt bei der Deformationsanalyse der Epochen 1967 und 1983 im Hauptnetz. Grund hierfür ist die Anisotropie des Netzmaßstabes. Daher erfolgte eine abermalige Erweiterung des Ansatzes durch die Affintransformation unter Annahme zweier tektonischer Blöcke. Die Schätzung des anisotropen Netzmaßstabes ergibt gleiche Netzmaßstäbe in Nord-Süd-Richtung in den Netzen von 1967 und 1983 (Abb. 5a). In Ost-West-Richtung hingegen ist das Netz von 1967 um 6 ppm verkürzt. Die Berechnung des Epochenvergleichs 1983–95 auf der Basis der 2D-Affintransformation weist keine signifikante Anisotropie des Netzmaßstabes auf. Obwohl die Ergebnisse der Epochenvergleiche in diesem Stand bereits erklärbar Ergebnisse lieferten, bleibt eine Diskrepanz über mehrere

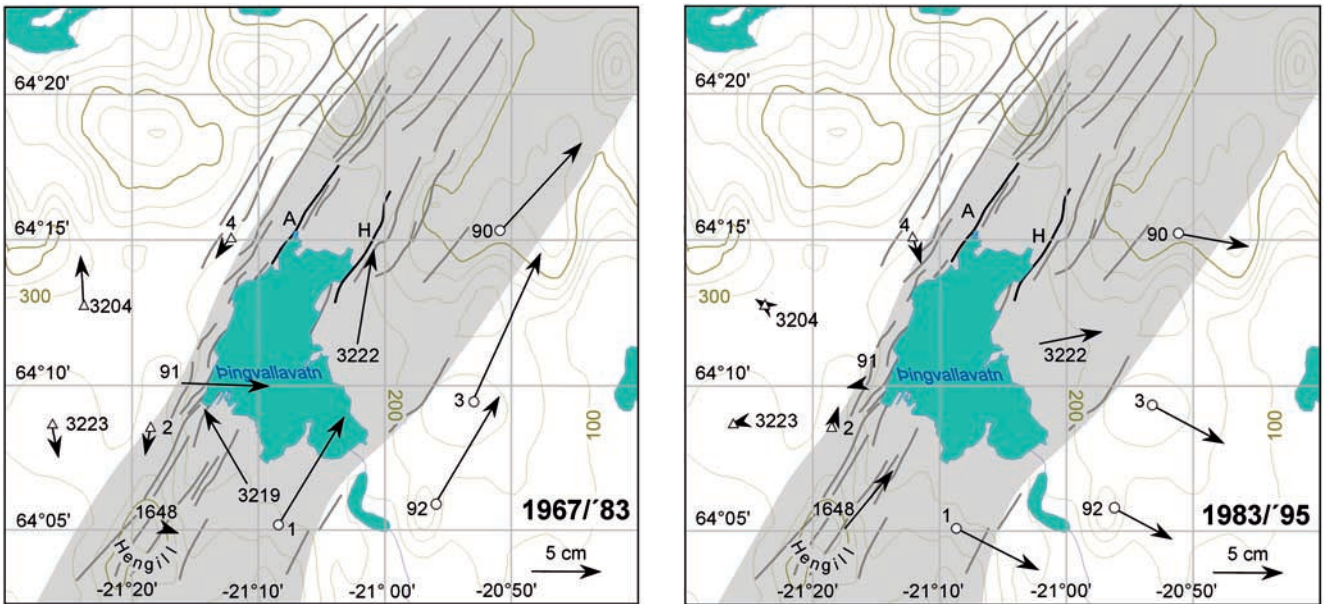


Abb. 5: Affin-Transformation der Epoche (a) 1967 auf 1983 und (b) 1983 auf 1995 im Hauptnetz Südwestisland unter der Annahme zweier tektonischer Blöcke (stabil Δ und bewegt \circ) und Minimierung der Residuen w aus einem Mehr-epochenvergleich, die Spalten Almannagjá (A) und Hrafnagjá (H).

Epochen. Daher wurden die Fehlerquadrate der Klaffenresiduen w (Gl. 6) für die hier vorgestellten Lösungen ebenfalls minimiert. Die Epochenvergleiche der terrestrischen Messungen der Deformationsfigur (Abb. 6) zeigen allesamt keinen anisotropen Netzmaßstab, sodass eine Deformationsanalyse auf der Basis der Helmert-Transformation hinreichend ist. Aber auch hier müssen die Klaffenresiduen w minimiert werden, damit die Summe der

Klaffen von 1967–71, 1971–75 und 1975–83 gleich den Klaffen des Epochenvergleiches 1967–83 ist. Der Epochenvergleich 1983–95 ist nicht in die Gesamtminimierung eingebunden, weil im Jahr 1995 nur eine kleinere Punktgruppe mit GPS beobachtet wurde. Stattdessen wurde eine Median-Schätzung auf der Basis einer 2D-Affintransformation durchgeführt, denn es hat sich bei dem Vergleich terrestrischer Messungen zu den GPS-Messun-

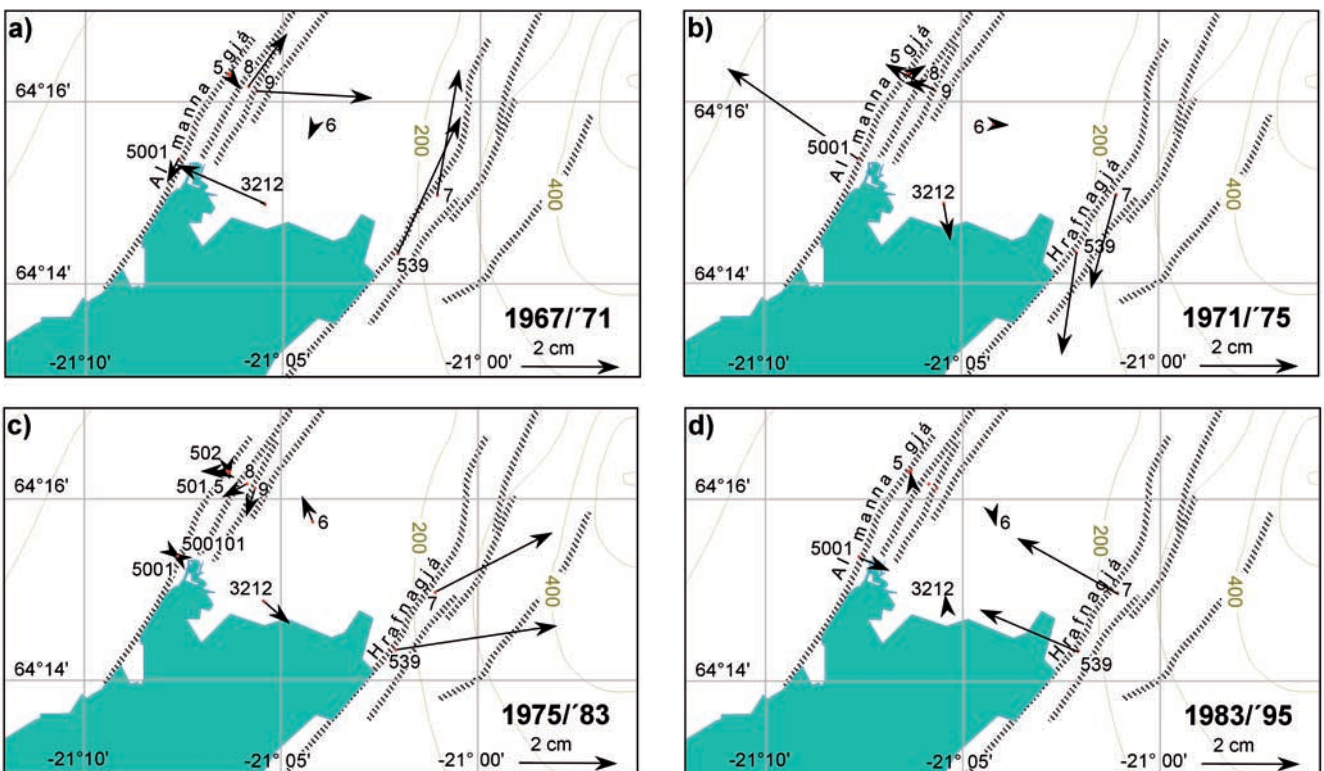


Abb. 6: Epochenvergleiche des Deformationsnetzes Pingvellir mit den terrestrischen Epochen (a) 1967–71, (b) 1971–75 und (c) 1975–83 sowie (d) der Epochenvergleich der terrestrischen Messungen von 1983 mit den GPS-Beobachtungen von 1995

Tab. 2: Klaffen des Hauptnetzes Südwestisland

Pkt. Nr.	Name	1967/'83		1983/'95	
		<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm	<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm
1	Súlufell	47	70	50	-29
2	Sköflungur	-4	-18	5	14
3	Lyngdalsheiði	49	95	45	26
4	Kárastaðarhlíð	-10	-13	4	-18
90	Kálfstindar	56	56	44	-10
91	Hæðir	56	-5	-11	2
92	Búrfell	46	70	36	-21
1648	Hengill	10	-4	33	36
3204	Litla Sauðafell	-0	32	-6	4
3219	Sandfell	-25	50		
3222	Miðfell	14	60	41	6
3223	Mosfellsheiði	3	-22	-3	0

gen von 1995 eine Anisotropie des Maßstabes von 3 ppm ergeben. Die Deformationen 1967–71 lassen sich nur mit Vorbehalt bewerten, da sich in ihnen nach wie vor die Diskrepanzen des Richtungs- und Streckennetzes der Epoche 1967 widerspiegeln (Ritter 1982).

6 Interpretation der Ergebnisse

Der Epochenvergleich 1983–95 im Hauptnetz Südwestisland zeigt eine deutliche divergente Bewegung zwischen der Nordamerikanischen Platte und der Hreppar Mikroplatte von etwa 4 mm/a (Abb. 5b). Weiterhin deutet dieses Bewegungsfeld auf eine Aufwölbung des Hengill hin (Abb. 5b). Für den Zeitraum 1992–95 lässt sich ein solches starkes Aufwölben des südöstlichen Hengillmassivs mit großer Sicherheit nachweisen (Sigmundsson et al. 1997; Alex et al. 1999). Diese Aktivitätsphase hat noch bis 1998 angehalten (Feigl et al. 2000). Die Punkte 1648,

3222 und 90 zeigen eine Residualbewegung in Richtung entlang der Spalten, die sich in dieser Zone befinden. Es scheint, dass die Aufwölbung am Nordhang des Vulkans Hengill (Abb. 5b: Punkt 1648) sich einerseits nur innerhalb der Vulkanischen Zone und andererseits mit Ausnahme des Punktes 1 nur entlang bandartiger Strukturen nach Nordosten ausbreiten kann. Die Wirkung dieser Aufwölbung in der Nordwest-Südost-Achse geht im Bereich des Hauptnetzes in der Divergenzbewegung unter.

Das Schließen der Hrafnagjá in der Þingvellir-Deformationsfigur, wie es sich aus dem Epochenvergleich 1983–95 (Abb. 6d) ergibt, scheint ganz im Widerspruch zur regionalen divergenten Bewegung zu stehen, wie sie sich aus etwa zeitgleichen GPS-Beobachtungen (Alex et al. 1999; Sigmundsson et al. 1995) ergibt. Auch die Bewegung des Hauptnetzes (Abb. 5b) deutet eine divergente Bewegung an. Entscheidend ist für dieses Gebiet aber, dass es sich in der Nähe der Hengill *triple junction* befindet und so nicht nur rein tektonischen Einflüssen, sondern auch denen der vulkanischen Materialbewegungen unterliegt (Sigmundsson et al. 1997). Sowohl die Ergebnisse aus GPS-Messungen (Alex et al. 1999) als auch aus der Radarinterferometrie (Feigl et al. 2000) legen nahe, dass die Horizontalbewegungen der Aufwölbung im Zeitraum bis 1995 im Bereich einiger Zentimeter liegen. Auch wenn ein Großteil der aus Radardaten gewonnenen Bewegung radial konzentrisch erfolgt, zeichnen sich Diskontinuitäten entlang der Spalten östlich des Zentralgrabens ab. Es kann daher angenommen werden, dass die Konvergenzbewegung des Zentralgrabens im Zeitraum 1983–95 (Abb. 6d) mit einer vulkanisch induzierten Divergenzbewegung östlich des Zentralgrabens einhergeht.

Der Epochenvergleich 1967–83 im Hauptnetz zeigt eine erstaunlich große Bewegung der Hreppar Mikroplatte relativ zur Nordamerikanischen Platte in nordöstlicher Richtung (Abb. 5a). Die nordwärts gerichtete Bewegung ergibt sich auch aus früheren Deformationsanalysen der regionalen GPS-Beobachtungen. Diese Bewegung tritt möglicherweise nur in Ruhephasen der Hengill *triple*

Tab. 3: Klaffen der Deformationsfigur Þingvellir

Pkt. Nr.	Name	1967/'71		1971/'75		1975/'83		1983/'95	
		<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm	<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm	<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm	<i>dy</i> mm	<i>dx</i> mm
5	Almannagjá	2	-3	4	2	0	-1	0	0
501	Alm.-Exz. 1					-4	0		
502	Alm.-Exz. 2					-5	0		
6	Skógarkot	-1	-3	3	0	-2	5	0	-1
7	Hrafnagjá	6	26	-6	-19	25	11	-20	12
8	"	8	10	-5	1	-5	-2		
9	"	23	-2	-10	6	-2	-6		
539	Gjábakki	14	27	-4	-21	33	3	-20	9
3212	Vatnskot	-19	9	1	-8	5	-5	-0	1
5001	Almannagjá 1	-3	-5	-26	20	-2	1	6	-3

junction auf. Ein Materialtransport in eine Magmenkammer unterhalb des Hengillmassivs wäre geeignet, die Spalten östlich und westlich der Magmenkammer zu schließen. Sind hiervon auch die Spalten des Zentralgrabens wie die Almannagjá und Hrafnagjá betroffen (Abb. 6d), kann eine Transversalbewegung in der Westlichen Vulkanischen Zone vollständig unterdrückt werden.

Die Epochenvergleiche der Netzmessungen 1967–83 in der Deformationsfigur Þingvellir liefern kein einheitlich interpretierbares Bild (Abb. 6a–c). Anhand der Bewegung der Punkte 7 und 539 wird aber deutlich, dass wider den äußeren Anschein die Hrafnagjá die aktivere Spalte ist. An der Hrafnagjá finden kleine konvergente, divergente und transversale Bewegungen im steten Wechsel statt.

Die Divergenzbewegung an der Westlichen Vulkanischen Zone lässt sich seit 1967 bis 1995 zu 4 mm/a angeben. Das entspricht etwa einem Fünftel der Gesamtbewegung über ganz Island, die je nach dem globalen Bewegungsmodell bei etwa zwei Zentimetern pro Jahr liegt. Damit bestätigt sich die Annahme aus den jüngeren GPS-Kampagnen, dass die Nördliche und die Östliche Vulkanische Zone zusammen das Gebiet mit der größeren tektonischen Aktivität bilden. Die vergleichsweise schwache Divergenzbewegung der Westlichen Vulkanischen Zone bedeutet weiterhin, dass die Hreppar Mikroplatte weitgehend an die Nordamerikanische Platte angekoppelt ist. Das erklärt einerseits die starke seismische Aktivität in der Südisländischen Seismischen Zone, wo demnach 80% der Transformspannung zwischen Eurasien und Nordamerika abgebaut werden müssen, aber andererseits auch das nahezu vollständige Ausbleiben von Erdbeben in der Übergangszone zwischen der Hreppar Mikroplatte und der Nordamerikanischen Platte.

7 Ausblick

Das vorgestellte Verfahren einer Minimierung mit Hilfe verschiedener Lösungsfunktionen über mehrere Epochen auf der Basis einer Affintransformation mit zwei stabilen Blöcken ist bisher nur als ein Funktionalmodell entwickelt. Im nächsten Schritt muss ein stochastisches Modell eingeführt werden, um die Punktkoordinaten gemäß ihrer Standardabweichung zu gewichten. Es muss weiterhin angemerkt werden, dass ohne sichere geologische Randbedingungen auch eine Deformationsanalyse auf der Basis der blockweisen Affintransformation scheitert.

Dank

Die Grafiken wurden mit dem Mini-GIS Panmap erstellt, dessen Autoren wir ausdrücklich dafür danken, dass sie dieses Programm einschließlich Referenzen zu den geeigneten Geodatenbanken frei unter www.pangaea.de zur Verfügung gestellt haben. Schließlich danken wir im Besonderen Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Möller und Herrn Prof. Einarsson für die Beratung bei der Bearbeitung dieser Publikation.

Literatur

- Alex, N., Einarsson, P., Heinert, M., Niemeier, W., Ritter, B., Sigmundsson, F. und Willgalis, St.: GPS-Kampagne 1995 zur Bestimmung von Deformationen der Erdkruste in Südwestisland. *zfv* 124, S. 377–388, 1999.
- Bolšakov, V. D., Deumlich, F., Golubev, A. N. und Vasilev, V. P.: Elektronische Streckenmessung. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin-Moskau, 1985.
- Czubik, E.: Beobachtung rezenter Krustenbewegungen: 650 km Feinnivellements in Island. *zfv* 114, S. 25–34, 1989.
- Einarsson, P. und Sæmundsson, K.: Earthquake epicentres 1982–1995 and volcanic systems in Iceland. In: Sigfússon, Þ. (Ed.), *Í hlutarins eðli: Festschrift for Þorbjörn Sigurgeirsson*. Menningarsjóður, Reykjavík (Karte), 1987.
- Einarsson, P.: Earthquakes and present-day tectonism in Iceland. *Tectonophysics* 189, S. 261–279, 1991.
- Feigl, K. L., Gasperi, J., Sigmundsson, F. und Rigo, A.: Crustal deformation near Hengill volcano, Iceland, 1993–1998: Coupling between magmatic activity and faulting inferred from elastic modeling of satellite radar interferograms. *J. Geophys. Res.* 105, S. 25655–25670, 2000.
- Frontline Systems: www.solver.com/tutorial, 2004.
- Gripp, A. E. und Gordon, R. G.: Young tracks of hotspots and current plate velocities. *Geophys. J. Int.* 150, S. 321–361, 2002.
- Grundmann, W.: *Operations Research Formeln und Methoden*. Teubner, Stuttgart – Leipzig – Wiesbaden, 2002.
- Möller, D.: Terrestrische geodätische Arbeiten zur Erfassung horizontaler rezenter Oberflächenbewegungen. *zfv* 114, S. 10–25, 1989.
- Niemeier, W.: Deformationsanalyse. In: Pelzer H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*. Konrad Wittwer, Stuttgart, S. 559–619, 1985.
- Niemeier, W. und Tengen, D.: PANDA – A Menu Driven Software Package on a PC for Optimization, Adjustment and Deformation Analysis of Engineering Networks. *Proceedings. 5. Int. FIG-Symposium »Deformationsmessungen«*, Fredericton, Canada, S. 374–376, 1988.
- Niemeier, W., Rennen, M. und Salbach, H.: Bestimmung regionaler und globaler Deformationen im Bereich der Antarktischen Halbinsel. In: Dietrich, R. (Hrsg.): *Deutsche Beiträge zu GPS-Kampagnen des Scientific Committee on Antarctic Research (SCAR) 1995–1998*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft Nr. 310, 2000.
- Niemeier, W.: *Ausgleichsrechnung. Eine Einführung für Studierende und Praktiker des Vermessungs- und Geoinformationswesens*. Walter de Gruyter, Berlin – New York, 2002.
- Rardin, R. L.: *Optimization in Operations Research*. Prentice Hall, Upper Saddle River, USA, 1998.
- Ritter, B.: Untersuchungen geodätischer Netze in Island zur Analyse von Deformationen von 1965 bis 1977. *Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 271*, 1982.
- Sigmundsson, F., Einarsson, P., Bilham, R. und Sturkell, E.: Rift-Transform kinematics in South Iceland: Deformation from Global Positioning System measurements, 1986 to 1992. *J. Geophys. Res.* 100, S. 6235–6248, 1995.
- Sigmundsson, F., Einarsson, P., Rögnvaldsson, S., Foulger, G. R., Hodgkinson, G. und Thorbergsson, G.: The 1994–1995 seismicity and deformation at the Hengill triple junction, Iceland: Triggering of earthquakes by minor magma injection in a zone of horizontal shear stress. *J. Geophys. Res.* 102, S. 15151–15161, 1997.

Anschrift der Autoren

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Wolfgang Niemeier / Dipl.-Ing. Michael Heinert
 Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
 Technische Universität Braunschweig
 Gaußstraße 22, 38106 Braunschweig
 Tel.: 0531 391-7473 und 94, Fax: 0531 391-7499
w.niemeier@tu-bs.de / m.heinert@tu-bs.de

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernhard Ritter
 Lehrstuhl für Vermessungskunde
 Fakultät für Architektur, Bauingenieurwesen und Stadtplanung
 Brandenburgische Technische Universität Cottbus
 Karl-Marx-Straße 17, 03013 Cottbus
 Tel.: 0355 693532, Fax: 0355 693490, ritter_b@tu-cottbus.de