

Triangulationen und Adaptive Triangulationen – ein Verfahren zur Ausdünnung unregelmäßig verteilter Massenpunkte in der Geländemodellierung

Ulrich Lenk

Zusammenfassung

Der Artikel beschreibt Algorithmen für Triangulationen und adaptive Triangulationen (AT) von 2.5D-Oberflächendaten. Es wird eine Implementierung für unregelmäßig verteilte Massendaten beschrieben. Dabei werden gegenüber bisherigen Ansätzen raumfüllende Kurven und Strukturen in den Eingangsdatensätzen, d. h. die räumliche Nähe von Punkten in der Ebene und die sich aus den Aufnahmeverfahren ergebene Nähe der Punkte in der Eingabedatei, zur effizienten Vorgehensweise genutzt. Die Ergebnisse belegen die hohe Redundanz von Laser- und Fächerecholotdaten, da in Abhängigkeit der Morphologie des Geländes eine Datenreduktion von 70 % ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust der Approximation möglich ist.

Summary

The article describes algorithms for triangulations and adaptive triangulations (AT) for 2.5D surface data. An implementation of an AT for irregularly spaced points is outlined. In contradistinction to existing methods it makes use of the arrangement of data points along space filling curves. These are inherent with common surveying data capture procedures and associated with narrow relative positions in input data sets. The approach yields in an efficient procedure for data simplification. The results show high redundancies in available bulk data sets based on laserscanning and swath bathymetry. Depending on prevailing morphology data reduction of some 70% is feasible without loss of overall approximation accuracy.

1 Einleitung

Gegenwärtig werden mit Laserscannern Massendaten zur Beschreibung von Oberflächen erfasst, die hohe Redundanzen aufweisen. Aus diesen werden Digitale Geländemodelle (DGM) abgeleitet. Ähnlich verhält es sich in der Hydrographie mit Fächerecholoten. Bei der Modellierung des Reliefs mit regelmäßigen Punktgittern wird ein solches im Allgemeinen aus den Massendaten berechnet, und es wird in der einfachsten Form nicht in seiner Dichte der Morphologie des Geländes angepasst. Entsprechende adaptive Verfeinerungen, z. B. durch *Quadtrees* (Samet 1990) sind möglich (z. B. Düsedau et al. 1987), werden jedoch nicht standardmäßig in Softwarepaketen angeboten. Demgegenüber wird für das triangulierte DGM (*triangulated irregular network*, TIN) als Vorteil aufgeführt,

dass es sich in seiner Dichte der Morphologie des Geländes anpassen kann (Peucker et al. 1976). Diese Aussage stimmt für Massendaten nur bedingt, da hier die Geländepunktdichte im Wesentlichen von der Aufnahmegeometrie und Systemparametern, z. B. der Anzahl der Strahlen eines Fächerecholots oder der Anzahl der Messungen pro Zeiteinheit in Verbindung mit der Aufnahmeplattformgeschwindigkeit, beeinflusst wird. Eine morphologische Anpassung der Datendichte an ein Gelände muss daher im Anschluss an die Aufzeichnung der Daten rechnergestützt erstellt werden. Der Artikel beschreibt die Implementierung einer Ausdünnung von in der Ebene unregelmäßig verteilten Massendaten. Beispiele von Laser- und Fächerecholotdaten werden gezeigt und es wird auf weitere Anwendungen hingewiesen.

2 Grundlagen von Triangulationen

2.1 Allgemeine Triangulationen

Eine Triangulation einer Punktmenge P entsteht, wenn alle Punkte aus P durch einander nicht schneidende Geradenstücke verbunden werden, so dass jede Fläche innerhalb der konvexen Hülle (*convex hull*, CH) der Punktmenge ein Dreieck ist. Die CH von P ist das umschreibende konvexe Polygon von P mit der kleinsten Fläche (O'Rourke 1998). Sie kann anschaulich dargestellt werden durch ein Gummiband, das um alle Punkte gelegt wird. Weitere Definitionen finden sich z. B. bei O'Rourke (1998). Die Triangulation von P ist nicht eindeutig, verschiedene Triangulationskriterien werden z. B. von Hoschek/Lasser (1992) beschrieben. Die Delaunay-Triangulation (DT) nimmt aus geodätischer Sicht unter all den möglichen Triangulationen eine besondere Stellung ein, da sie häufig in der Geländemodellierung verwendet wird. Das Delaunay-Kriterium (DK) ist für eine Triangulation erfüllt, wenn sich innerhalb der Umkreise der Dreiecke der DT keine weiteren Punkte befinden. Degenerierte Fälle, in denen sich mehr als drei Punkte auf dem Umkreis befinden, werden z. B. von Lenk (2001a) behandelt.

Einen Überblick zu Triangulationen im Allgemeinen und DT geben Bern/Eppstein (1995). Lehrbücher aus der algorithmischen Geometrie, die Triangulationen behandeln, stellen z. B. die Werke von O'Rourke (1998) oder de Berg et al. (1997) dar.

2.2 Digitale Geländemodellierung und Triangulationen

Grundlagen der Geländemodellierung mittels Triangulationen bzw. DT und bedingten (*constrained*) Delaunay-Triangulationen (CDT) finden sich in Lehrbüchern zu DGM, z.B. Kraus (2000). Monographien stellen u. a. die Arbeiten von Schneider (1998), Aumann (1994) oder Buziek (1994) dar. Insbesondere die CDT ist für die Berechnung morphologisch hochwertiger DGM durch Integration von Strukturinformation in das TIN wichtig.

Die Geländemodellierung mittels TIN unterscheidet sich gegenüber allgemeinen ebenen Triangulationen (Kap. 2.1) dadurch, dass den Punkten jeweils eine Höhe als Attribut zugeordnet wird. Letzteres wird bei Triangulationen, wie sie in der algorithmischen Geometrie beschrieben werden, im Allgemeinen nicht ausgewertet. Dies ist vielmehr bei datenabhängigen Triangulationen (*data dependent triangulations*, DDT) der Fall (z.B. Dyn et al. 1990). Während Dyn et al. ausführen, dass DDT Vorteile gegenüber DT aufweisen (s. a. Garland/Heckbert 1995), kommen Untersuchungen von Wang et al. (2001) zu dem Schluss, dass DT im Bereich der angewandten Geländemodellierung zu den günstigsten Ergebnissen führen. Die Diskussion von Triangulationskriterien ist nicht Gegenstand dieses Artikels.

Im Folgenden wird bei der Triangulation von Punkten das DK verwendet, da es sich als Quasi-Standard für TIN etabliert hat. Betrachtet man die DT unter dem Aspekt der Geländemodellierung, so weist sie zusätzlich zum DK die interessante Eigenschaft auf, dass die durch die DT gebildete stückweise linear interpolierende Oberfläche minimale Rauheit hat (Rippa 1990).

2.3 Algorithmen für (bedingte) Delaunay-Triangulationen

Ein wichtiger Aspekt der DT ist, dass sie sich mit komplexen Optimierungen in $O(n \log n)$ berechnen lässt. Lee/Schachter (1980) stellen einen *Divide & Conquer*-Algorithmus vor, bei dem das Gebiet vertikal in mehrere Teilgebiete unterteilt wird. Anschließend werden diese einzeln trianguliert und die Teilergebnisse zu einer vollständigen DT zusammengeführt. Guibas/Stolfi (1985) beschreiben den Algorithmus erneut auf der Basis der *quad-edge*-Datenstruktur. Dwyer (1987) verbesserte das Laufzeitverhalten des Divide & Conquer-Algorithmus, indem er zusätzlich zu den vertikalen Gebietsteilungen auch horizontale einführte. Fortune (1987) stellte das *Sweepline*-Verfahren vor, bei dem die Ebene mit einem horizontalen Suchstrahl überstrichen und währenddessen die Triangulation sukzessiv gebildet wird. Mirante/Weingarten (1982) nutzen einen radialen Suchstrahl. Fang/Piegl (1992) verwenden die dünn besetzte Matrix (*sparse matrix*) als Suchstruktur und verbessern durch Nutzung eines Suchgitters (Fang/Piegl 1993) das Laufzeitverhalten

ihres Algorithmus. Ein ähnlicher Ansatz wird von Buziek (1994) beschrieben.

Inkrementelle Verfahren, die in Abs. 2.4 behandelt werden, haben den Vorteil, dass P vor Beginn der Vermaschung nicht bekannt sein muss. Die Punkte werden sukzessiv unter Wiederherstellung des DK in die DT eingefügt.

Verfahren zur Berechnung von CDT in Zusammenhang mit der Modellierung des Reliefs finden sich z.B. bei Buziek (1994). Im Allgemeinen werden hierbei zunächst alle Punkte nach dem DK vermascht, bevor die Sollseiten (Zwangsseiten, bedingte Kanten) in das TIN integriert werden.

2.4 Inkrementelle Delaunay-Triangulationen

Ein wichtiger Algorithmus für noch vertieft zu behandelnde adaptive Triangulationen (AT) bzw. DT (ADT) ist das inkrementelle Einfügen eines Punktes in eine bestehende DT. Hierbei muss zunächst der Einfügeort des Punktes im TIN lokalisiert werden, bevor der Punkt eingefügt werden kann. Da das beeinflusste Gebiet beim Einfügen eines Punktes ein sternförmiges Gebiet um den Punkt (Dejiver/Dekesel 1982) und für die verschiedenen inkrementellen Algorithmen gleich ist (s. de Berg et al. 1997), bildet die Zugriffsdatenstruktur bzw. die Lokalisierung eines Einfügeortes das Unterscheidungsmerkmal hinsichtlich der Laufzeitverhalten.

2.4.1 Die Suche des Einfügeortes in einer Delaunay-Triangulation

Der einfachste Fall ist, alle Dreiecke linear mit dem einzufügenden Punkt und einem Punkt-in-Dreieck-Test zu testen. Hierbei werden zur Identifizierung des Einfügeortes maximal $O(n)$ Dreiecke untersucht. Dies führt beim Einfügen von n Punkten zu einer für die Praxis nicht akzeptablen Komplexität von $O(n^2)$ (Guibas/Stolfi 1985).

Guibas et al. (1992) nutzen den Delaunay-Baum (DB) von Boissonnat/Teillaud (1986), um einen schnellen Zugriff zu erzielen. Durch Randomisierung der Reihenfolge der einzufügenden gleichmäßig verteilten Punkte erzielen sie ein Laufzeitverhalten von $O(n \log n)$, da der DB nahezu ausgeglichen ist und eine maximale Tiefe von $O(\log n)$ hat. Dadurch ergibt sich für n einzufügende Punkte die Gesamtkomplexität von $O(n \log n)$. Nachteil des Verfahrens ist, dass der DB die Konstruktionshistorie speichert und von der Einfügereihenfolge abhängt.

Mulmuley (1991) stellt eine Datenstruktur vor, die unabhängig von der Einfügereihenfolge ist. Die Struktur hat $O(n)$ Ebenen, wobei jede Ebene eine Zufallsmenge der nächstunteren Ebene bildet. Für jede Ebene wird die DT gerechnet, und die Dreiecke, die sich zwischen zwei Schichten überlappen, werden miteinander verknüpft. Dies erlaubt eine Lokalisierungszeit von $O(\log^2 n)$, allerdings ist der Speicheraufwand hoch.

Mücke et al. (1996) schlagen eine einfache Datenstruktur vor. Sie reduziert die Anzahl der Punkte randomisiert auf die Anzahl von $n^{1/3}$ Punkten und Zeiger von diesen Punkten auf die inzidierenden Dreiecke. Für einen neu einzufügenden Punkt wird derjenige Punkt dieser Menge bestimmt, der dem neuen Punkt am nächsten liegt. Von diesem aus wird schrittweise unter Auswertung der Topologie das Dreieck gesucht, das den einzufügenden Punkt enthält (vgl. Devillers et al. 2001). Dies führt für gleichmäßig verteilte Punkte auf eine Komplexität von $O(n^{4/3})$, die sich für ungünstig verteilte Punkte auf $O(n^{5/2})$ erhöht (Devillers 1997).

Klein (1995) nutzt als Beschleunigungsdatenstruktur den Quadtree (z.B. Samet 1990). Da dieser bei der Aktualisierung ein ungünstiges Laufzeitverhalten hat, verzichtet der Autor auf die Speicherung aller Dreiecke im Quadtree. Er beschränkt die Anzahl der eingetragenen Dreiecke pro Zelle, um ausgehend von einem dieser Dreiecke als Startdreieck den Einfügeort unter Verwendung der Topologie zu finden. Das Startdreieck der Suche wird ähnlich wie bei Mücke et al. (1996) über Abstandsberechnungen zu allen Punkten der betroffenen Quadtreezelle gefunden. Die Punkte haben Verweise auf ein inzidierendes Dreieck, das bei minimalem Abstand des Punktes zum einzufügenden Punkt das Startdreieck der topologischen Suche darstellt.

Devillers (1997) beschreibt eine Datenstruktur mit verschiedenen Ebenen ähnlich wie Mulmuley (1991), allerdings mit wesentlich einfacheren Beziehungen zwischen den Ebenen. Nach seinen Angaben vermeidet dies ein Übermaß an Speicherbelegung für die Zugriffsdatenstruktur, allerdings ist die Verbindung zwischen zwei Ebenen nicht direkt gegeben, sondern basiert auf einer topologischen Suche ähnlich wie bei Mücke et al. (1996). Die Ebene i umfasst die DT_i einer Untermenge M_i von Punkten der Gesamtmenge M_0 . Die Bildung der M_i basiert auf einer Bernoulli-Auswahltechnik. Ein Punkt in M_i ist jeweils über ein inzidierendes Dreieck mit den DT_i mit $j \leq i$ verknüpft. Die Anzahl der Ebenen ist nicht vorgegeben sondern wird zur Laufzeit dynamisch aktualisiert. Im Speicher werden alle Punkte und alle Dreiecke der DT_i vorgehalten.

Da das Verfahren von Guibas et al. (1992) zur effizienten inkrementellen DT von unregelmäßigen Punkthaufen für die folgenden Ausführungen von Interesse ist wird es ausführlicher vorgestellt (vgl. de Berg et al. 1997). Dabei wird um P ein umschreibendes Dreieck gelegt, das als Wurzel für die Bestimmung der Einfügeörter der nachfolgenden Punkte dient (s. Abb. 1), d. h., P vereinigt mit der Menge der Eckpunkte des umschließenden Dreiecks wird trianguliert. Zur Festlegung des umschließenden Dreiecks wird P einmal gelesen und es werden deren geometrischen Ausmaße bestimmt. Die Indices der Punkte des umschreibenden Dreiecks sind aufgrund ihrer Position in der Datenstruktur bekannt. Ausgehend von diesem Dreieck werden nun alle Punkte von P eingefügt, wobei beachtet werden muss, dass die Eckpunkte des umschlie-

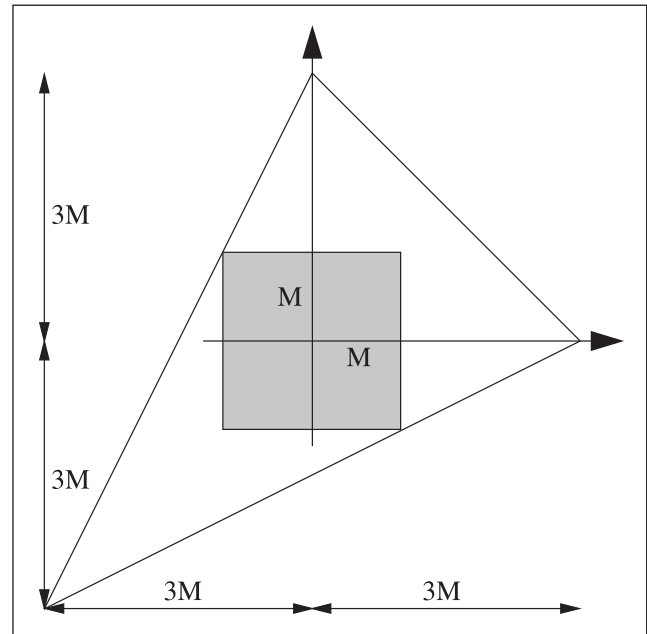


Abb. 1: Ausgangssituation bei der Suche nach dem Einfügeort (nach de Berg et al. 1997)

ßenden Dreiecks nicht das Endergebnis der DT von P und dessen CH verfälschen. Bei dieser Vorgehensweise wird der DB aufgebaut und für jeden einzufügenden Punkt durchlaufen. Am Ende werden alle Dreiecke, die mit den Punkten des umschreibenden Dreiecks inzidieren, gelöscht. Hierdurch wird die CH von P gebildet. Für weitere Details, insbesondere den Aufbau des DB, wird auf de Berg et al. (1997) verwiesen.

2.4.2 Einfügen eines Punktes in eine Delaunay-Triangulation

Ein einzufügender Punkt kann in ein Dreieck (Abb. 2, 1.), auf eine bestehende Kante (Abb. 2, 2.) oder, falls es sich nicht um geometrisch disjunkte Punktmengen handelt, auf einen existierenden Punkt fallen. Im ersten Fall werden von dem Punkt zu den Eckpunkten des betreffenden Dreiecks neue Kanten eingefügt (Abb. 2, 1.a) und die drei Kanten des Einfügedreiecks bzw. die betreffenden Dreiecke rekursiv hinsichtlich des DK überprüft (Abb. 2, 1.b). Beim Einfügen auf einer Kante wird diese geteilt, und es werden von dem einzufügenden Punkt zu den in den inzidierenden Dreiecken gegenüberliegenden Punkten neue Kanten angelegt (Abb. 2, 2.a). Danach werden die vier Kanten, die dem eingefügten Punkt in den neuen (oder geänderten) Dreiecken gegenüberliegen wie im ersten Fall rekursiv überprüft (Abb. 2, 2.b).

2.4.3 Diskussion der bestehenden Verfahren der inkrementellen Delaunay-Triangulation

In den angegebenen Verfahren aus der algorithmischen Geometrie wird im Allgemeinen davon ausgegangen, dass es sich bei P um unregelmäßig verteilte Punkte in der Ebene handelt, die in der zu verwendenden Eingabe-

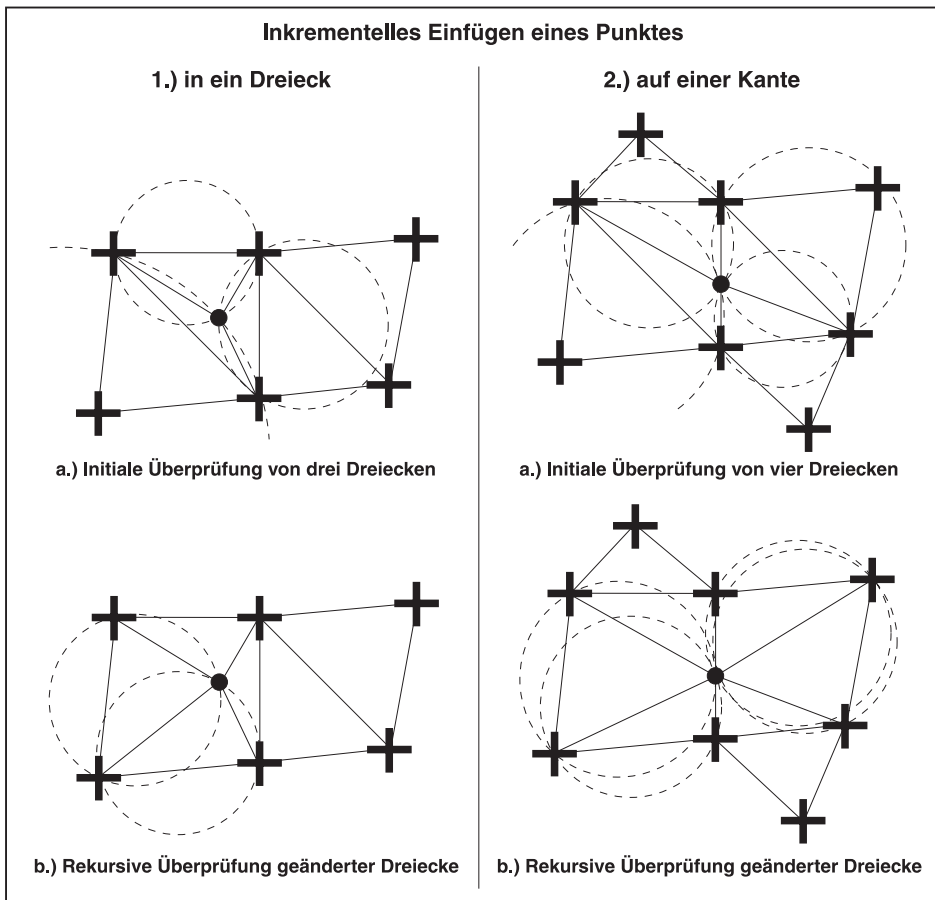


Abb. 2: Inkrementelles Einfügen eines Punktes in eine Delaunay-Triangulation

datei zufällig angeordnet sind. Dies ist jedoch in der Geodäsie häufig nicht der Fall. Da Punkte durch Aufnahmeverfahren sequentiell abgespeichert werden, finden sich nacheinander aufgenommene Geländepunkte auch direkt hintereinander in der Datei.

In der Praxis der tachymetrischen Aufnahme erfasst ein Messtruppleiter ein Gebiet mit möglichst geringem Aufwand, d. h. er hält P klein und nimmt diese mit möglichst kurzer Laufstrecke und -zeit auf. Zu diesem Zweck plant er das Abschreiten des Geländes so, dass es mit einmaligen Abläufen vollständig abgedeckt wird. Er durchläuft das Gebiet quasi entlang einer raumfüllenden Kurve (*space-filling-curve*, SFC), wie sie zum Teil von räumlichen Datenbanken benutzt werden (Laurini/Thompson 1992). SFC bilden im 2D-Fall eine Ebene auf eine 1D-Kurve ab. Die Ebene wird tesseliert, z. B. in Quadrate, und die SFC traversiert die Ebene. Dabei besucht sie jedes Element der Tessellation einmal. Hier wird der Begriff der SFC wesentlich allgemeiner genutzt gegenüber formalen Darstellungen, wie sie in der Mathematik und Informatik aufgestellt werden. Die SFC wird als Kurslinie betrachtet, entlang der ein Gebiet abgetastet wird, und kann sich z. B. auch überkreuzen.

Verfahren wie Fächerecholotungen oder Lasermessungen tasten die Geländeﬂäche mit einer der SFC ähnlichen Systematik ab, wobei die Ebene nicht gleichmäßig tesseliert wird. Die Verfahren nehmen permanent Punkte auf, die abgespeichert werden. Zur vollständigen Aufnahme wird der Sensor wie bei der tachymetrischen Aufnahme

entlang einer SFC über das Gelände bewegt. Die Eigenschaft der systembedingten räumlichen Nähe der Punkte im Gebiet, in Verbindung mit der sequentiellen Speicherung der Punkte während der Bewegung des Sensors entlang der SFC, kann für eine effiziente Vermaschung mit einem inkrementellen Verfahren genutzt werden.

Neben diesem Aspekt wird in der algorithmischen Geometrie der Fall, dass in einem Datensatz Punkte an identischen Positionen in der Ebene liegen, im Allgemeinen nicht betrachtet bzw. ausgeschlossen. Bei Aufnahmeverfahren wie Laserabtastung oder Fächerecholotung ist dies jedoch nicht auszuschließen und kann bei benachbarten Aufnahmelinien auftreten, wenn es zu Überlappungen der Streifen kommt. Ein Einfügeverfahren sollte daher in der Lage sein, derartige Kombinationen in den Daten aufzudecken und ggf. entsprechende Hinweise bei auftretenden Diskrepanzen außerhalb eines Toleranzbereiches zu geben, zumal dies als Qualitätskontrolle genutzt werden kann.

3 Adaptive Triangulationen von Geländepunkten

3.1 Allgemeine Grundlagen

Die Thematik der Ausdünnung von Geländedaten wird nicht nur in der Geodäsie behandelt, sondern auch in der Computergraphik bei der Visualisierung von Landschaft-

ten. Dabei müssen die Verfahren im Wesentlichen nach ihren Vorgehensweisen unterschieden werden, d. h., ob es sich um eine Ausdünnung eines bestehenden TIN oder das selektive Einfügen von Punkten in eine DT zur Verfeinerung derselben handelt.

Der erste Ansatz geht von einer vollständigen initialen DT aus und birgt die Problematik, dass im Vorfeld alle Punkte vermascht werden müssen. Eine vollständige DT kann bei hochredundanten Daten sowohl laufzeit- als auch speicherkritisch sein. Dieser Ansatz muss weitergehend untergliedert werden, ob bei der Ausdünnung einzelne Punkte gelöscht oder Dreiecke durch einzelne zu interpolierende Punkte ersetzt werden. Die letzte Vorgehensweise wird u. a. von Hamann (1994) beschrieben und birgt den Nachteil, dass am Ende Sekundärdaten im Ergebnis enthalten sind und P sich ändert. Aufgrund dessen und der Problematik, dass für beide Varianten zunächst eine vollständige DT notwendig ist, wird der Ansatz nicht weiter betrachtet.

Der zweite Ansatz beginnt mit der triangulierten CH von P und fügt sequentiell die Punkte mit der aktuell maximalen Höhendifferenz zur bestehenden Oberfläche inkrementell ein (Abs. 2.4.2). Nach dem Einfügen eines Punktes werden die Höhendifferenzen der noch nicht eingefügten Punkte zur nunmehr bestehenden Oberflächenapproximation zumindest in dem von der letzten Einfügung betroffenen Gebiet neu berechnet. Im Anschluss wird der nächste einzufügende Punkte gesucht. Das Verfahren terminiert, wenn ein Approximationsschwellwert unterschritten wird oder alle Punkte eingefügt wurden (z. B. Terribilini 1999; Abdelguerfi et al. 1997; Garland/Heckbert 1995; Heller 1990).

Insbesondere Garland/Heckbert (1995) befassen sich mit Laufzeitverbesserungen des Verfahrens, da die Schritte »Neuberechnung der Höhendifferenzen« und »Auswahl eines einzufügenden Punktes« aufgrund des Lokalisierungsschrittes bei der Höhendifferenzberechnung und der Selektion des Punktes mit der maximalen Höhendifferenz laufzeitkritisch sind. Sie führen u. a. folgende algorithmische Verbesserungen ein:

1. Nutzung der Lokalität einer Einfügeoperation (ein sternförmiges Gebiet, s. o.); es werden nur Höhendifferenzen von Punkten berechnet, die innerhalb dieses Gebietes liegen (ggf. Approximation durch ein umschließendes Rechteck);
2. Speicherung der Ebenenparameter eines Dreiecks mit dem Dreieck, da die Parameter in einer naiven Implementierung bei jeder Höhendifferenzberechnung neu bestimmt werden und dieser Schritt für ein Dreieck so oft erfolgt, wie Punkte innerhalb des Dreiecks liegen;
3. Schnellere Wahl des nächsten einzufügenden Punktes durch Speicherung von potentiellen Einfügekandidaten in einem Binärbaum, welcher über die Höhendifferenz sortiert ist;
4. Schnellere Suche des Einfügeortes durch Speicherung eines Zeigers von einem Kandidaten zu dem Dreieck, das diesen enthält.

Zusätzlich erfolgt eine Auswahl der Punkte, die in den Binärbaum aufgenommen werden. Ein Dreieck kann einen oder keinen Kandidaten aufweisen, dies wird aufgrund der Punktmenge innerhalb des Dreiecks und eines Schwellwertes entschieden. Für Details wird auf Garland/Heckbert (1995) verwiesen.

Zu beachten ist bei den zitierten Verfahren, dass diese auf regelmäßigen Gittern als Eingabe basieren und nicht direkt auf originäre Daten übertragen werden können. Die betrifft vor allem die Berechnung von Höhendifferenzen und der CH. Gitterdaten lassen sich über Indexberechnungen auf der Grundlage des umschließenden Rechtecks räumlich eingrenzen, woraus schnelle Laufzeiten resultieren, während dies bei unregelmäßig verteilten Punkten über ein Sortieren der Punkte in ein Suchgitter oder mit anderen Techniken erfolgen muss. Weitere Darstellungen dieser Thematik werden z. B. von Erikson (2000), Ho (1999) und De Florian et al. (1998) behandelt.

3.2 Adaptive Triangulation großer Punktmenge und Quasi-Echtzeit-Verfahren

Die AT sehr großer P führt aufgrund des Vergleichs der Höhendifferenzen zur Bestimmung der maximalen Höhendifferenz bzgl. des aktuellen TIN zu hohen Laufzeiten. Daher werden für sehr große P verschiedene Techniken eingesetzt, um die P in kleineren Teilmengen adaptiv zu triangulieren bzw. die Punktmenge zu verringern. Dies entspricht im Wesentlichen der Anwendung einer Fenserteknik (vgl. Divide & Conquer-Ansätze). Im Weiteren wird unterschiedlich verfahren.

Terribilini (1999) und Abdelguerfi et al. (1997) fügen die vorab erstellten adaptiven Teil-DT zu einer Gesamttriangulation zusammen. Dabei sind die Kanten der CH der Teil-DT als Zwangskanten einzuführen, damit sich die Approximationseigenschaften der Teil-DT nicht verschlechtern.

Eine near-real-time Lösung zur hydrographischen Datenausdünnung wird von Bottelier et al. (2000) beschrieben. Die Autoren befassen sich mit Fächerecholotdaten und beschreiben zwei Vorgehensweisen. Die erste Variante ist fächerbasiert und wendet eine Variante der Linienvereinfachung von Douglas/Peucker (1973) auf jeweils einen Fächer an. Dabei wird als Akzeptanzkriterium nicht der horizontale Abstand eines Punktes zu einer Sekante angenommen, sondern der vertikale Abstand zum bisher bestehenden approximierten Fächer. Ein sich einstellender Effekt ist, dass von allen Fächern die äußersten Punkte verwendet werden, wodurch sich diese als Linienstrukturen in der endgültigen DT durchzeichnen. Werden bei der Aufnahme nahe beieinander liegende Kurslinien mit Überlappungen gefahren, so resultiert daraus eine höhere Datendichte in den Überlappungsgebieten gegenüber den inneren Fächerbereichen (diese Aspekte werden von den Autoren nicht diskutiert). Die Vorgehensweise wird von

Bottelier et al. (2000) als »Linienalgorithmus« (*line algorithm*) bezeichnet.

Die Weiterentwicklung wird von den Autoren als »Ebenenalgorithmus« (*plane algorithm*) bezeichnet und stellt eine AT dar. Dabei wird diese nicht auf eine größere Punktmenge angewendet, sondern immer nur auf eine vorzugebende Anzahl aufeinander folgender Fächer. Deren CH wird durch die äußersten Punkte des ersten und des letzten Fächers approximiert und das entstehende Viereck in zwei Dreiecke eingeteilt. Diese dienen als Grundlage der AT. Akzeptierte Punkte werden sukzessiv gesammelt und nach Abschluss der Datenausdünnung in einer DT vermascht. Ein mit dieser Vorgehensweise verbundener Effekt ist, dass es durch die Verwendung der approximierten CH dazu kommen kann, dass nicht alle Punkte in der AT berücksichtigt werden können, da (Rand-)Punkte von inneren Fächern außerhalb der genäherten CH liegen können. Bei dieser Vorgehensweise gehen immer die Punkte der genäherten CH in die DT ein, wodurch die erhöhte Datendichte in den Randbereichen der Fächer reduziert wird.

4 Implementierung eines effizienten Verfahrens zur adaptiven Triangulation

In Kap. 3 wurde das Prinzip der AT diskutiert und auf die ADT von Quadratgittern nach Garland/Heckbert (1995) detaillierter eingegangen. Im Folgenden wird eine Implementierung für in der Ebene unregelmäßig verteilte Punkte vorgestellt. Für den Fall, dass die Punkte entlang einer SFC aufgenommen wurden, arbeitet das Verfahren besonders effizient. Da sich eine AT in die zwei Teilschritte »Bestimmung der CH von P« und »inkrementelles Einfügen der Punkte« gliedert wird in dieser Reihenfolge vorgegangen.

4.1 Schritt 1: Initiale Triangulation und Bestimmung der konvexen Hülle des Punkthaufens

Es gibt verschiedene Verfahren zur Bestimmung der CH, die in der algorithmischen Geometrie entwickelt wurden (z. B. O'Rourke 1998; de Berg et al. 1997) und hier nicht vertieft werden sollen. Die Verfahren gehen wie die allgemeinen DT von der unregelmäßigen Anordnung der Punkte in der Ebene sowie von einer zufälligen Anordnung der Punkte in der Eingabedatei aus. Wie oben dargestellt ist dies in der Praxis nicht immer der Fall. Da sich die CH von P in Verbindung mit ihrer Triangulation ergibt, ist es naheliegend, diese Eigenschaft zu nutzen und die Routinen der Triangulation auch zur Berechnung der CH einzusetzen.

Die sequentielle Anordnung von Geländepunkten entlang einer SFC in der Eingabedatei kann bei einer inkrementellen Triangulation vorteilhaft genutzt werden.

Gegenüber den Ausführungen zum Verfahren von Guibas et al. (1992) wird auf den DB verzichtet. Der Algorithmus startet wie bei Guibas et al. (1992) mit dem umschließenden Dreieck in Abb. 1. Der erste einzufügende Punkt fällt in dieses Dreieck, es ergeben sich drei Dreiecke. Durch das Einfügen eines Punktes ist mindestens eines der inzidierenden Dreiecke bekannt. Es kann als Startwert für eine topologische Wanderung im TIN genutzt werden, um den Einfügeort des nächsten einzufügenden Punktes zu bestimmen. Wenn es sich bei diesem wie bei sequentiell gespeicherten Punkten um einen Punkt handelt, der in direkter räumlicher Nähe zum zuletzt eingefügten Punkt liegt, so wird auf diese Weise der Einfügeort des nächsten Punktes schnell und effizient gefunden.

Die topologische Suche im TIN wird dabei durch Auswertung von rechts-links-Beziehungen zwischen den gerichteten Kanten K_i des Dreiecks und dem einzufügenden Punkt realisiert. Durch ein Dreieck mit seinen Kanten wird die Ebene in geometrische Örter eingeteilt (Abb. 3).

Durch Berechnung der Determinanten, die aus dem Anfangspunkt P_0 und dem Endpunkt P_1 der Kante K_2 und einem dritten einzufügenden Punkt C gebildet wird, kann ermittelt werden, ob sich C links, rechts oder auf K_2 befindet (O'Rourke 1998). Im ersten Fall ist die Determinante größer, im zweiten Fall kleiner und im dritten Fall identisch Null. Aus der Kombination der Ergebnisse *liegt_links*, *liegt_rechts* und *liegt_auf* der drei Determinanten, die mit den K_i und C berechnet werden, kann somit bestimmt werden, in welchem der dargestellten relativen geometrischen Örter sich der Einfügeort von C befindet. Falls C nicht in das Dreieck oder auf eine inzidierende Kante (s. Abs. 2.4.2) oder einen inzidierenden Punkt des Dreiecks fällt, wird die Suche mit einem adjazierenden Dreieck, das aus der Topologie des TIN bestimmt wird, fortgeführt. Der sich mit dieser Vorgehensweise ergebene Vorteil ist, dass Punkte an geometrisch identischen Positionen identifiziert werden können.

Bei Aufnahme der Punkte entlang einer SFC in Kombination mit einer sequentiellen Anordnung der Punkte in der Eingabedatei ergibt sich ein lineares Laufzeitverhalten des Algorithmus, da er während des inkrementellen Einfügens der Punkte die Triangulation entlang der SFC traversiert. Diese Vorgehensweise kann auch für die sequentielle Berechnung aller oder der neu zu berechnenden Höhendifferenzen genutzt werden.

Falls sich strukturelle 2D-Muster in der Eingabedatei abzeichnen, so können diese ebenfalls für eine effiziente Triangulation genutzt werden. Ein Beispiel ist eine zeilenweise Anordnung der Punkte bei Gittern. Hierbei kann immer ein inzidierendes Dreieck des ersten Punktes einer Zeile gemerkt werden, damit dieses beim Beginn der nächsten Zeile genutzt werden kann (die Gittertriangulation kann noch effizienter über Indexberechnungen erfolgen, s. Lenk 2001a). Eine äquivalente Vorgehensweise bietet sich bei Fächerecholotungen an.

Eine Quelle zur weiteren Beschleunigung der Bestimmung der CH ist gegeben, wenn bei der initialen Trian-

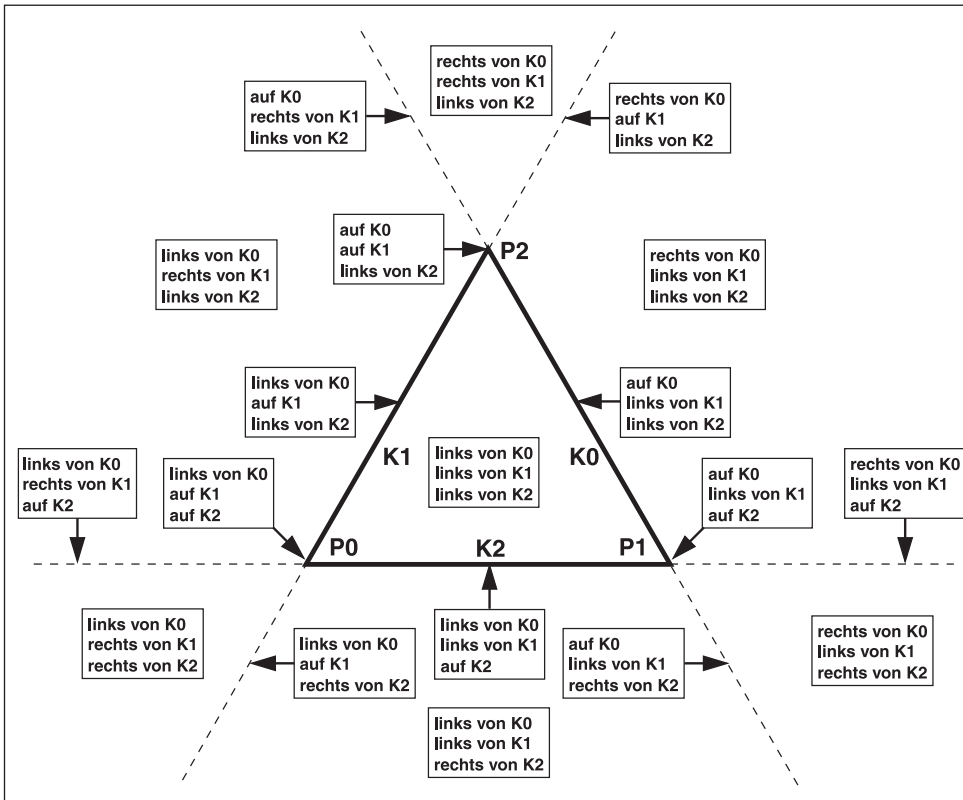


Abb. 3: Geometrische Orte bezogen auf ein Dreieck

gulation vor dem Einfügen eines Punktes getestet wird, ob er zur Bestimmung der CH notwendig ist. Es wird geprüft, ob er in ein Dreieck fällt, das inzident zu einem Punkt des umschreibenden Dreiecks ist. Eine Beschleunigung wird jedoch nur erzielt, wenn sich derartige Muster, d. h. Folgen von Punkten, die während der Vermaschung in die bereits bestehende CH fallen, in der Datei finden. Dies ist z. B. nicht der Fall, wenn ein Gitter zeilenweise abgelegt ist. In diesem Fall liegt jeder Punkt, wenn er in der Datei gelesen wird, innerhalb eines Dreiecks, das inzident zu Punkten des umschreibenden Dreiecks ist und erweitert die CH der aktuellen Triangulation.

Nachdem die initiale Triangulation berechnet wurde kann die CH bestimmt werden. Dabei wird der erste Punkt der Triangulation gesucht, das TIN unter Verwendung der Topologie und der Indices der Punkte des umschließenden Dreiecks traversiert und parallel die Punktfolge der CH aufgebaut. Nachdem die Punktfolge bekannt ist, werden die Punkte trianguliert, womit der erste Schritt des Verfahrens, die DT der CH, abgeschlossen ist.

4.2 Schritt 2: Inkrementelles Einfügen der Punkte

Nach der DT der CH von P kann mit dem sukzessiven Einfügen der Punkte begonnen werden. Das Einfügen eines Punktes in eine DT bei bekanntem Einfügeort lehnt sich an Kap. 2.4.2 an. Die initiale Berechnung der Höhendifferenzen der einzufügenden Punkte bzw. die Bestimmung ihrer Orte im bis dahin bestehenden TIN kann mit Techniken erfolgen, die in Kap. 4.1 vorgestellt wurden.

Die Verbesserung des Laufzeitverhaltens nach Garland/Heckbert (1995) wurde in Kap. 3.1 vorgestellt.

5 Ergebnisse von Testrechnungen

5.1 Laserdaten

Als Laserdatensatz steht die Befliegung des in Abb. 4 perspektiv dargestellten Gebietes in der norddeutschen Tiefebene zur Verfügung. Der Ausschnitt hat eine Ausdehnung von 1 km × 1 km und enthält 39.305 Punkte. Abb. 5 zeigt die initiale Triangulation des Datensatzes zur Bestimmung der CH, die mit dem Test »Liegt in aktueller CH« berechnet wurde. Dabei gibt Abb. 5a.) einen Überblick und Abb. 5b.) zeigt den Detailausschnitt mit den eigentlichen Daten.

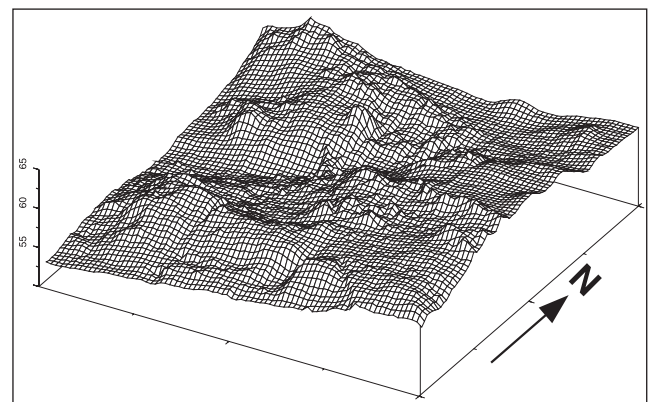


Abb. 4: Perspektive Ansicht des Gebietes der Laserdaten

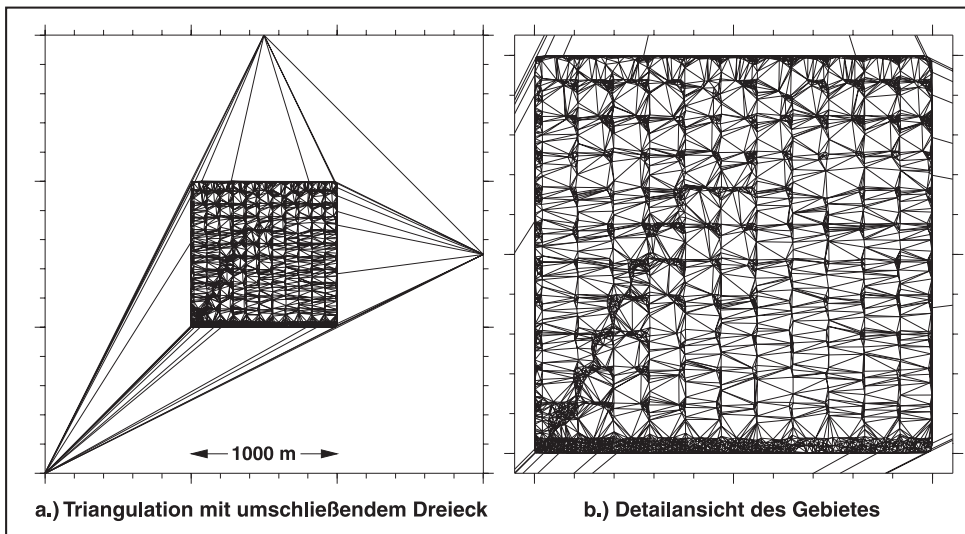


Abb. 5: Initiale Triangulation der Laserdaten – Gesamtübersicht und Detailanschnitt

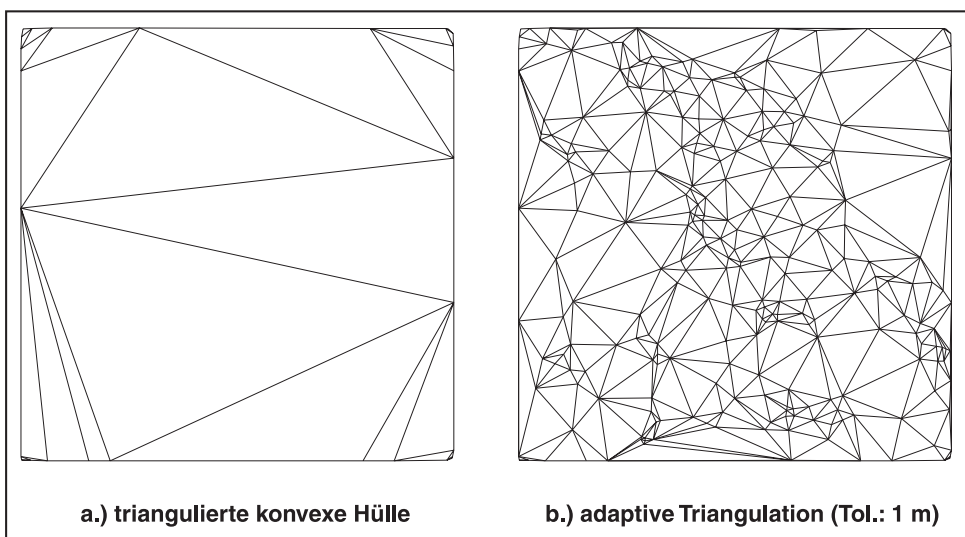


Abb. 6: Triangulierte konvexe Hülle und adaptive Triangulation der Laserdaten

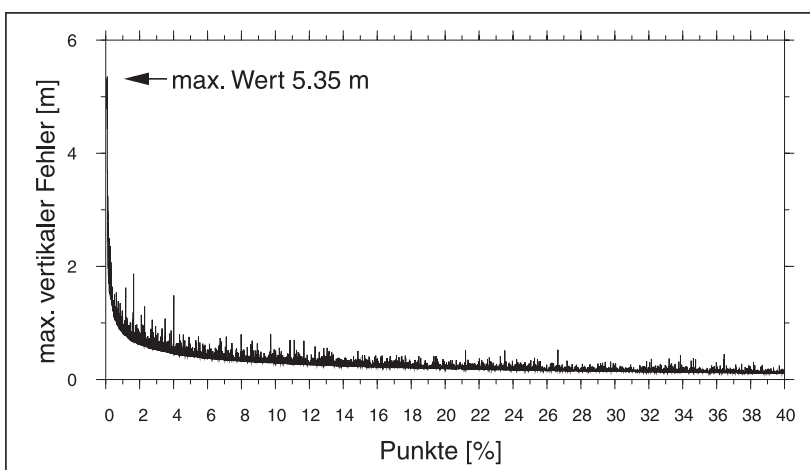


Abb. 7: Maximale Höhendifferenzen in der adaptiven Triangulation der Laserdaten

Die initiale Triangulation zeigt, dass es sinnvoll ist, den Test »Liegt in aktueller CH« durchzuführen, da die endgültige CH mit einem Bruchteil von P bestimmt werden kann. Man erkennt die Struktur der Aufnahmelinien. In Randbereichen kommt es trotz des Tests zu einer hohen Punktdichte. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Punkte anhand eines Koordinatenrechtecks aus den Originaldaten gelesen wurden und dort damit die räumliche

Struktur der Punkte in der Datei gestört ist. Abb. 6 zeigt links die triangulierte CH sowie rechts die AT mit einer Toleranz von einem Meter und der erwarteten höheren Punktdichte in Hangbereichen (vgl. Abb. 4).

Weitere Interpretationen können anhand von Abb. 7 geschehen. Es zeigt sich, dass es durch die Retriangulation der sternförmigen Gebiete zu geänderten Höhendifferenzen kommt, die wieder größer sein können als vor-

her. Dabei kann die Streuung der Kurve als Maß der Reliefrauigkeit in Kombination mit der Messgenauigkeit des Systems interpretiert werden. Ebenso zeigt sich die Redundanz in den Daten. Mit nur 30% der Daten kann die Oberfläche mit einer Genauigkeit modelliert werden, die der Größenordnung der Varianz der Messwerte entspricht. Interessant ist der Verlauf der Kurve. Nach steilen Fall wird sie sehr flach und nähert sich Null. Es stellt sich die Frage, wann das Einfügen von Punkten abgebrochen werden sollte.

In Abb. 6b.) wird der Abbruch mit einem Hörschwellwert verwendet. Eine Variante wäre, die Streuung der Kurve zu berücksichtigen, um z. B. das Einfügen zu beenden, wenn die Streuung der Approximationsgenauigkeit entspricht. Diese entspricht dann der Rauigkeit der Daten bzw. der Kombination von Relief- und Systemgenauigkeit. Andere Möglichkeiten beruhen auf der 2. Ableitung der mittleren Kurve, z. B. der Punkt mit der maximalen 2. Ableitung oder der Übergang in die genäherte Gerade.

5.2 Fächerecholotdaten

Die Fächerecholotdaten mit einer Ausdehnung von 500 m × 500 m stammen aus der Gegend vor Sylt und enthalten 84.667 Punkte. Es handelt sich um ein typisches marines Relief der Nordsee, das ähnliche morphologische Merkmale wie der Laserdatensatz aufweist. Daher werden die Abbildungen für den bathymetrischen Datensatz, die den Abbildungen 4–7 entsprechen würden, nicht wiedergegeben. Sie zeigen gleichartige Charakteristika und bestätigen alle dort gemachten Beobachtungen. Interessanter als die Abbildungen ist der direkte numerische Vergleich der Ergebnisse in Tab. 1, der die hohe Redundanz von Laser- bzw. von Fächerecholotdaten belegt.

Art der Daten	Schwellwert [m]	Knoten abs.	Knoten in % vom vollen Datensatz
Fächerecholotdaten (FED)	0	84667	100
Initiale Triangulation der FED	–	5397	6.37
Triangulation der CH FED	6.58	34	0.04
Adaptives TIN der FED	1	1602	5.44
	0.5	8739	10.33
	0.25	23891	28.22
Laserdaten (LD)	0	39305	100
Initiale Triangulation der LD	–	5157	13.12
Triangulation der CH der LD	5.35	29	0.07
Adaptives TIN der LD	1	253	0.64
	0.5	1327	3.38
	0.25	5123	13.03
	0.15	11165	28.40
	0.10	17245	43.87

Tab. 1: Ergebnisse

6 Schlussfolgerungen und Ausblick

Ein Ergebnis dieser Untersuchung ist, dass Verfahren aus der algorithmischen Geometrie nicht notwendigerweise am effizientesten für die Praxis sind. Es zeigt sich, dass eine Vereinfachung der Massendaten sinnvoll ist, da in Abhängigkeit der Morphologie des Geländes eine Datenreduktion um rund 70% ohne Genauigkeitsverlust gegenüber den zu erwartenden Messgenauigkeiten erzielt werden kann. Es lohnt sich zumindest bei den Testdaten, bei der initialen Triangulation den Test »Liegt in aktueller CH« durchzuführen, da zur Bestimmung der CH nur ein Bruchteil von P benötigt wird.

Weitere Anwendungen von Triangulationen finden sich in der objektstrukturierten 2.5D-Landschaftsmodellierung, sie wird u. a. von Lenk (2001b) und Abdelguerfi et al. (1997) beschrieben. Dort wird insbesondere die Notwendigkeit der Datenausdünnung betont. AT sind darüber hinaus auch für Objektextraktion von Interesse (Axelsson 2000). Triangulationen finden immer mehr Verbreitung in der Landschaftsmodellierung und effiziente Entwicklungen sind notwendig, um Redundanzen beim Aufbau großer Datenbestände zu vermeiden.

Dank

Die Untersuchungen wurden u. a. mit Mitteln aus dem Stipendienprogramm der Deutschen Bundesstiftung Umwelt, Osnabrück, gefördert und tlw. am Institut für Kartographie und Geoinformatik der Uni Hannover durchgeführt. Die Laserdaten stammen von der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen und die Fächerecholotdaten vom Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie. Diesen Institutionen sei gedankt, ebenso Frau Dipl.-Ing. Kitter-Haas für ihre Anmerkungen.

Literatur

Abdelguerfi, M., Cooper, E., Wynne, C., Shaw, K.: An Extended Vector Product Format (EVPF) suitable for the representation of three-dimensional elevation in terrain databases. *Int. J. Geographical Information Science* 11, S. 649–676, 1997.

Aumann, G.: Aufbau qualitativ hochwertiger digitaler Geländemodelle aus Höhenlinien. DGK, Reihe C, Nr. 411. Diss., Techn. Univ. München, 1994.

Axelsson, P.: DEM Generation from Laser Scanner Data using adaptive TIN Models. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. XXXIII, Part B4, Amsterdam 2000.

de Berg, M., van Kreveld, M., Overmars, M., Schwarzkopf, O.: *Computational Geometry – Algorithms and Applications*. Springer, Berlin, Heidelberg u. a., 1997.

Bern, M., Eppstein, D.: Mesh Generation and Optimal Triangulation. In: Du, D.Z., Hwang, F.K. (Eds.), *Computing in Euclidean Geometry*, Lecture Notes Series on Computing, Vol. 4, S. 47–123, World Scientific, Singapore, New Jersey u. a., 1995.

Boissonnat, J., Teillaud, M.: A hierarchical representation of objects: The Delaunay tree. In: *Proc. 2nd Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, S. 260–268, 1986.

Bottelier, P., Haagmans, R., Kinneging, N.: Fast Reduction of High Density Multibeam Echosounder Data for Near Real-Time Applications. *The Hydrographic J.* 98, S. 23–28, 2000.

Buziek, G.: Analyse und Optimierung hydrographischer Punktfelder als Grundlage der Modellierung des Unterwasserreliefs. *Wiss. Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Univ. Hannover* Nr. 197. Diss., Univ. Hannover, 1994.

Devijver, P. A., Dekesel, M.: Insert and delete algorithms for maintaining dynamic Delaunay triangulations. *Pattern Recognition Letters* 1, S. 73–77, 1982.

Devillers, O.: Improved Incremental Randomized Delaunay Triangulation. *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Sophia Antipolis, Rapport de recherche (RR) no 3298*, 1997.

Devillers, O., Pion, S., Teillaud, M.: Walking in a Triangulation. *INRIA, Sophia Antipolis, RR no 4120*, 2001.

Düsedau, G., Hössler, R., Reinhardt, W., Thiemann, R.: *Digitale Geländemodelle – Neue Entwicklungen und Möglichkeiten. Bildmessung und Luftbildwesen* 55, S. 175–194, 1987.

Dwyer, J.: A faster Divide-and-Conquer algorithm for constructing Delaunay triangulations. *Algorithmica* 2, S. 137–151, 1987.

Dyn, N., Levin, D., Rippa, S.: Data dependent triangulations for piecewise linear interpolation. *IMA J. Numerical Analysis* 10, S. 137–154, 1990.

Erikson, C. M.: Hierarchical Levels of Detail to Accelerate the Rendering of Large Static and Dynamic Polygonal Environments. Diss., Univ. of North Carolina at Chapel Hill, 2000.

Fang, J., Piegil, L.: Delaunay triangulation using a uniform grid. *IEEE Computer Graphics and Applications* 13, S. 36–47, 1993.

Fang, J., Piegil, L.: Algorithm for Delaunay triangulation and convex-hull computation using a sparse matrix. *Computer Aided Geometric Design (CAGD)* 24, S. 425–436, 1992.

De Floriani, L., Puppo, E., Scopigno, R.: Level-of-Detail in Surface and Volume Modeling. In: *Proc. IEEE Visualization '98 Conference*, Oct. 18–23 1998, Tutorial No. 6, Research Triangle Park, North Carolina, 1998.

Fortune, S.: A Sweepline Algorithm for Voronoi Diagrams. *Algorithmica* 2, S. 153–174, 1987.

Garland, M., Heckbert, P. S.: Fast Polygonal Approximation of Terrains and Height Fields. *Techn. Bericht CMU-CS-95-181*, School of Computer Science, Carnegie Mellon Univ., Pittsburg, 1995.

Guibas, L., Knuth, D.E., Sharir, M.: Randomized incremental construction of Delaunay and Voronoi diagrams. *Algorithmica* 7, S. 381–413, 1992.

Guibas, L., Stolfi, J.: Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and the Computation of Voronoi Diagrams. *ACM Transactions on Graphics* 4, S. 74–123, 1985.

Hamann, B.: A data reduction scheme for triangulated surfaces. *CAGD* 11, S. 197–214, 1994.

Heller, M.: Triangulation algorithms for adaptive terrain modeling. In: *Proc. 4th Int. Symp. on Spatial Data Handling*, Volume 1, Zürich, S. 163–174, 1990.

Ho, T.-C.: *Simplification of Polygonal Surface Models*. Diss., State Univ. of New York at Stony Brook, 1999.

Hoschek, J., Lasser, D.: *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992.

Klein, R.: Netzgenerierung impliziter und parametrisierter Kurven und Flächen in einem objektorientierten System. Diss., Eberhard-Karls- Univ. Tübingen, 1995.

Kraus, K.: *Photogrammetrie*, Bd. 3, Topographische Informationssysteme. Dümmler, Köln, 2000.

van Kreveld, M., Nievergelt, J., Roos, Th., Widmayer, P. (Eds.): *Algorithmic Foundations of Geographic Information Systems*. LNCS 1340, Springer, Berlin, Heidelberg u. a., 1997.

Laurini, R., Thompson, D.: *Fundamentals of Spatial Information Systems*. The A.P.I.C Series Nr. 37, Academic Press, London, San Diego, 1992.

Lee, D.-T., Schachter, B. J.: Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *Int. J. Computer and Information Science* 9, S. 219–242, 1980.

Lenk, U.: Quadratgittertriangulationen und Optimierungsstrategien zur Lösung der neutralen Fälle in Delaunay-Triangulationen. *Mitteilungen des BKG* 20, S. 59–86, 2001a.

Lenk, U.: – 2.5D-GIS und Geobasisdaten – Integration von Höheninformation und Digitalen Situationsmodellen. *Wiss. Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Univ. Hannover* Nr. 244 u. DGK, Reihe C, Nr. 546. Diss., Univ. Hannover, 2001b.

Mirante, A., Weingarten, N.: The Radial Sweep Algorithm for Constructing Triangulated Irregular Networks. *IEEE Computer Graphics and Applications* 2, S. 11–21, 1982.

Mulmuley, J.: Randomized multidimensional search trees: Dynamic Sampling. In: *Proc. 7th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, S. 121–131, 1991.

Mücke, E. P., Saias, I., Zhu, B.: Fast randomized point location without preprocessing in two- and three-dimensional Delaunay triangulations. In: *Proc. 12th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, S. 274–283, 1996.

Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., Mark, D. M.: *Digital Representation of Three-Dimensional Surfaces by Triangulated Irregular Networks (TIN) (Revised)*. Techn. Bericht Nr. 10, Simon Fraser Univ., Burnaby, British Columbia, Canada & Office of Naval Research, Geography Programs, Arlington, Virginia, 1976.

Rippa, S.: Minimal roughness property of the Delaunay Triangulation. *CAGD* 22, S. 489–497, 1990.

O'Rourke, J.: *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, Cambridge, NY, 1998.

Samet, R.: *The Design and Analysis of Spatial Data Structures*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1990.

Schneider, B.: Geomorphologisch plausible Rekonstruktion der digitalen Repräsentation von Geländeoberflächen aus Höhenliniendaten. *Geoprocessing Series Vol. 35*. Diss., Univ. Zürich, 1998.

Terribilini, A.: Maps in transition: development of interactive vector-based topographic 3D-maps. In: *Proc. 11th General Assembly of ICA*, Vol. 1, Ottawa, S. 993–1001, 1999.

Wang, K., Lo, C.-P., Brook, G. A., Arabnia, H. R.: Comparison of existing triangulation methods for regularly and irregularly spaced height fields. *Int. J. Geographical Information Science* 15, S. 743–762, 2001.

Anschrift des Autors
 Dr.-Ing. Ulrich Lenk, PgDipHS
 EADS Dornier GmbH
 Dept. IRGR7/b
 88039 Friedrichshafen
 Tel.: 07545-8-8075
 Ulrich.Lenk@dornier.eads.net